

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO – Engenharia Mecânica
Disciplina MEC041 - Trabalho Final de Graduação II

**ANÁLISE DE FLAMBAGEM POR *SNAP-THROUGH* EM
ESTRUTURAS METÁLICAS DO TIPO DUAS ÁGUAS E CÚPULA**

Autor 1 – Gregory Schettert Busanello
148108@upf.br

Autor 2 – Dr. Gustavo Prates Mezzomo
gustavomezzomo@upf.br

Comissão Examinadora – Fabio Goedel, Carlos Edmundo de Abreu e Lima Ipar

RESUMO

Estruturas do tipo cúpula rasa e duas águas, quando submetidas a forças de grande intensidade apresentam comportamentos não lineares e problemas de instabilidade, tais como snap-through ou snap-back. No caso desse trabalho foi estudado e analisado o fenômeno de flambagem por snap-through. O efeito snap-through ocorre no momento em que a estrutura recebe um esforço até seu limite e então nas posições intermediárias a esse esforço decresce e reverte de sinal enquanto o deslocamento continua a crescer e no fim desse efeito a estrutura começa suportar valores adicionais de força comparados com sua geometria inicial. Treliças no tipo cúpula rasa, mesmo que as barras sejam dimensionadas individualmente, a cúpula inteira pode sofrer a instabilidade por snap-through. No trabalho em questão, inicialmente foram estudados, através de modelos numéricos alguns exemplos de cúpulas ou em estruturas encontradas na literatura para compreensão do fenômeno. Posteriormente, foi dimensionada individualmente as barras da estrutura da cúpula por procedimentos de norma, comparando-se os resultados de carregamento admissível com o resultado numérico de carga limite referente ao fenômeno de snap-through (não previsto por norma). Para visualizar se apenas o dimensionamento através da norma é o suficiente para modelar a estrutura com segurança.

Palavras chave: treliças; cúpula; snap-through; flambagem.

1 INTRODUÇÃO

Hoje em dia é possível observar o aumento do uso de estruturas metálicas mais esbeltas na engenharia como cúpulas de coberturas, e isso é possível devido ao desenvolvimento e aplicação de materiais com alta resistência e baixo peso próprio. Entretanto, essas estruturas podem estar sujeitas a fenômenos de instabilidade de equilíbrio sem que as cargas aplicadas sejam suficientes para causar a degradação do material.

O estado de equilíbrio de uma estrutura pode ser estável ou instável. Quando uma estrutura é instável o estado de equilíbrio muda conforme a aplicação da carga, necessitando de uma análise não linear, pois em uma análise linear não é possível identificar ou estudar fenômenos de instabilidade, pois a análise linear é baseada na geometria inicial da estrutura, sem atualizá-la na medida em que a carga é aplicada.

A não linearidade geométrica é observada em uma na estrutura devida a mudanças significativas na sua geometria que pode acontecer por causa de uma grande deformação, a grandes deslocamentos e rotações da configuração de referência.

Essa instabilidade de equilíbrio pode surgir de duas formas, com a ocorrência de uma bifurcação de equilíbrio, fenômeno designado por instabilidade bifurcacional, ou a instabilidade por snap-through.

Neste trabalho foi estudado e analisado o fenômeno de instabilidade por snap-through, que é quando uma estrutura em determinada configuração de equilíbrio salta para uma nova configuração de equilíbrio remota, normalmente acontecendo repentinamente, salta do estado de pré-flambagem para um estado pós crítico estável com uma geometria distante da inicial.

1.1 Objetivos Gerais e Específicos

Esse trabalho tem como objetivo verificar a influência do fenômeno de instabilidade por snap-through no dimensionamento, segundo a norma NBR 8800, de estruturas de cúpulas.

Os objetivos específicos do trabalho são os seguintes:

- Selecionar estruturas metálicas do tipo duas águas e cúpula suscetíveis ao fenômeno de flambagem por snap-through;
- realizar análises não lineares em softwares de análise estrutural do fenômeno;
- determinar carga limite referente ao fenômeno de snap-through não previsto por norma;
- realizar o dimensionamento das estruturas por procedimento de norma e comparação da carga admissível com a obtida com os modelos numéricos;
- definir recomendações de quais configurações de estrutura do tipo cúpula e duas águas precisam ser analisadas quanto aos fenômenos do snap-through.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para esse trabalho em questão fez-se um estudo sobre problemas de instabilidade e análises estruturais não lineares, e junto com esses estudos é abordado como é feito o dimensionamento de estruturas do tipo cúpula e arco, segundo a norma NBR 8800 (norma que trata do projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto). Também é mostrado o efeito de snap-through em alguns exemplos de estruturas da literatura para que possa ser analisado os comportamentos desse efeito. Com esse conhecimento sobre o assunto vai ser feito a aplicação deles na prática.

2.1 Problemas de instabilidade estrutural

O estado de equilíbrio de uma estrutura sujeita a uma determinada ação pode ser estável ou instável, por exemplo foi observado isso quando é aplicado uma carga sobre a estrutura e analisado que após a perturbação na estrutura a sua configuração de equilíbrio volta para a configuração inicial, então essa estrutura é de equilíbrio estável, mas caso a estrutura não retorne a sua configuração inicial de equilíbrio ela se torna uma estrutura de equilíbrio instável.

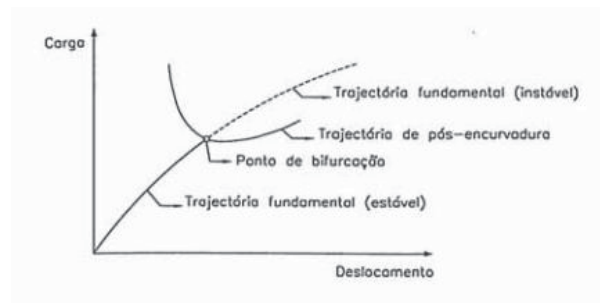
A instabilidade de uma estrutura que evolui ao longo de uma trajetória de equilíbrio corresponde à transição entre configurações de equilíbrio estáveis e instáveis. Essa instabilidade pode surgir de dois modos:

- Instabilidade bifurcacional
- Instabilidade por snap-through

2.1.1 Instabilidade bifurcacional

Esse problema de instabilidade é caracterizado pela existência de uma trajetória de equilíbrio fundamental, que se inicia na origem do diagrama carga-deslocamento que pode ser observado na Figura 1, uma trajetória pós-encurvadura, que não passe pela origem do diagrama, e um ponto de bifurcação que é a intersecção das duas trajetórias e é o ponto no qual as configurações de equilíbrio passam de estáveis a instáveis.

Figura 1: Instabilidade Bifurcacional



Fonte: REIS, António, 2012

“A análise de um problema desse tipo envolve a determinação das coordenadas do ponto de bifurcação (carga de bifurcação), da configuração deformada exibida pela estrutura quando ocorre a bifurcação e das propriedades da trajetória pós-flambagem” (Reis e Camotim, 2012).

A instabilidade bifurcacional tem um caráter “abrupto”, que é explicado pelo fato de deslocamentos que definem o modo de instabilidade de uma estrutura não estarem presentes na trajetória fundamental e surgirem subitamente, quando ocorre a bifurcação (Shon et al., 2013). Assim sendo, só é possível detectar um fenômeno com estas características fazendo uma análise estrutural que antecipe o aparecimento desses deslocamentos. É o que acontece, por exemplo, na coluna de Euler, em que equações de equilíbrio são estabelecidas numa configuração deformada que inclui os deslocamentos devidos à flexão.

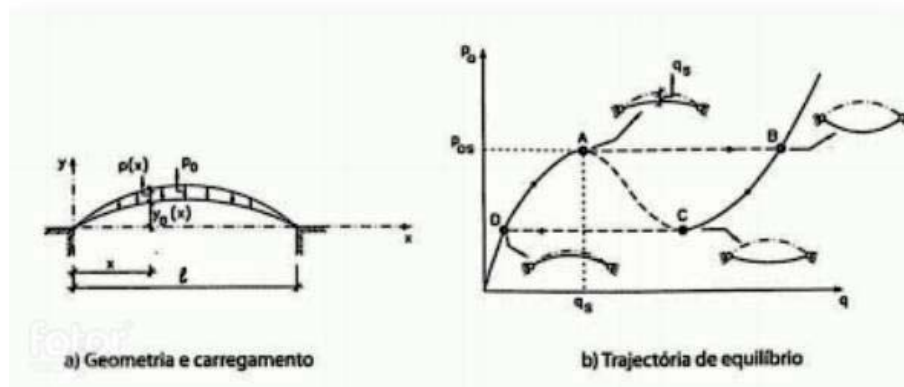
Os modernos regulamentos de estruturas tratam a segurança em relação aos fenômenos de instabilidade através da verificação de “estados limites de flambagem”, os quais são incluídos no grupo dos “estados limites últimos”. Para efetuar essa verificação de segurança, é necessário saber definir a “carga última” de uma estrutura associado ao colapso por instabilidade elástica ou elasto-plástica.

2.1.2 Instabilidade por snap-through

Um problema de instabilidade por *snap-through* é caracterizado pela existência de uma trajetória de equilíbrio não linear, que tem início na origem do diagrama carga-deslocamento

e tem um ponto limite, que corresponde ao anulamento do declive da trajetória de equilíbrio e no qual as configurações de equilíbrio passam de estáveis a instáveis. Um fenômeno de *snap*, que ocorre quando a estrutura se encontra no ponto limite e é submetida a um aumento de carga, consiste este fenômeno na passagem dinâmica da estrutura para uma configuração de equilíbrio afastada e estável como é observado na Figura 2, onde, aumentando a carga até o ponto limite A o equilíbrio é estável. Nesse ponto, um mínimo aumento de carga faz a estrutura passar para o estado de equilíbrio distante B.

Figura 2 – Comportamento de um arco abatido a) Geometria e carregamento b) Trajetória de equilíbrio.



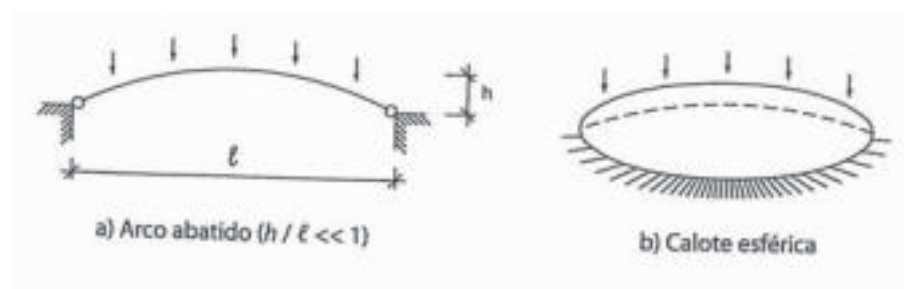
Fonte: REIS, António, 2012

Segundo Reis (2012) a análise de um problema deste tipo envolve a determinação do andamento da trajetória de equilíbrio não linear e das coordenadas do ponto limite.

Ao contrário do que acontece com a instabilidade bifurcacional, os deslocamentos que definem o *snap* de uma estrutura estão presentes desde o início do carregamento. Segundo Camotim (2012) o aumento do carregamento provoca uma diminuição progressiva da rigidez da estrutura, até que se anula no ponto limite, e por isso fica claro que para detectar, um fenômeno com estas características, é necessário recorrer a métodos de análise estrutural que permitam encontrar trajetórias de equilíbrio não lineares.

É representado, na Figura 3, dois exemplos de sistemas estruturais que exibem instabilidade por *snap-through*.

Figura 3 – Sistemas estruturais que exibem instabilidade por *snap-through* a) arco abatido, b) calote esférica.



Fonte: REIS, António, 2012

Inicialmente, à medida que o carregamento aumenta, o arco deforma-se progressivamente até atingir o ponto limite A. A não linearidade da trajetória corresponde a uma diminuição contínua da rigidez do arco, a qual se anula no ponto A, que é até onde o arco consegue suportar a carga através das tensões compressivas desenvolvidas e depois disso para aguentar mais cargas, somente se trabalhar sob tração, por isso que se nesse ponto a carga sofrer um aumento, ocorre subitamente uma mudança do sinal da curvatura do arco e este passa para o ponto B. Se, posteriormente, o carregamento sofrer uma diminuição, o arco evolui ao longo da trajetória de equilíbrio, até se atingir um outro ponto limite, ponto C, se, nesse ponto, a carga sofrer uma diminuição, ocorre novamente uma mudança súbita do sinal da curvatura do arco e este regressa ao ponto D.

2.2 Análises lineares e não lineares

Segundo Camotim (2012) pode-se definir o comportamento de uma estrutura submetida a um conjunto de ações como a relação que existe entre os valores dessas ações e dos efeitos por elas provocados na estrutura. A determinação desse comportamento é o objetivo da Teoria das Estruturas e requer a consideração conjunta de vários tipos de equações, como:

- Equações de equilíbrio, envolvendo forças aplicadas, esforços e tensões;
- Relações constitutivas (relações tensões-deformações), descrevem o comportamento do material que constitui a estrutura;
- Relações cinemáticas, envolvendo deformações e deslocamentos;
- Equações de compatibilidade, envolvendo deslocamentos, e são destinadas a garantir que a estrutura respeita as suas ligações (dos vários elementos entre si e com o exterior).

O comportamento de uma estrutura pode ser modelado de várias maneiras, através de adoção de diferentes hipóteses que incidem sobre as características das equações referidas. A cada modelo de comportamento estrutural corresponde um tipo de análise estrutural diferente.

2.2.1 Análise linear

A análise estrutural mais simples está associada ao comportamento linear, conhecida como análise linear de estruturas e a sua utilidade prática é bem conhecida, e baseia-se na hipótese de todas as equações serem lineares, ou seja, seguirem as leis de Hooke, o que pressupõe que haja uma linearidade física e uma linearidade geométrica, ou seja, as relações constitutivas do material devem ser lineares, e as equações de equilíbrio devem ser escritas na configuração indeformada da estruturas e conter relações cinemáticas lineares, que seria a hipótese dos pequenos deslocamentos. É possível fazer análise de flambagem linear, chamada de análise de bifurcação. Ela prevê a flambagem ocorrendo na configuração inicial da estrutura, ou seja, quando não se esperam grandes deslocamentos ou grandes mudanças na configuração de equilíbrio (portanto não é aplicado para *snap-through*). No MASTAN2 se tem uma análise linear de flambagem, a qual determina a carga crítica de flambagem e o modo de flambagem associado. Matematicamente, é representada por um problema de autovalores

2.2.2 Análise não linear

Uma análise de solução eficiente de sistemas não lineares deve ser capaz de traçar toda a trajetória de equilíbrio do sistema estrutural de análise, identificando e passando por todos

os pontos singulares ou críticos que possam existir. É muito importante levar em consideração os efeitos de não linearidade, pois quando os materiais apresentam comportamento não linear diminuem a segurança contra a estabilidade da estrutura. Devem ser considerados a não linearidade geométrica e física. Segundo Fidelis (2017) “a não linearidade geométrica está associada à mudança de geometria da estrutura de acordo com os acréscimos de carga sobre esta e a não linearidade física, com a alteração dos materiais que compõem a estrutura”.

À medida que a análise não linear vai sendo realizada, a matriz de rigidez é atualizada constantemente em busca do estado de equilíbrio. Segundo diversos autores (DEUS, SILVA, SILVEIRA e LEMES, 2019) “uma estratégia incremental iterativa de duas etapas é utilizada para atualizar essa matriz”:

- Etapa 1 – Etapa Preditada: Realiza a obtenção dos deslocamentos incrementais a partir de determinado acréscimo de carregamento. Neste trabalho, o incremento inicial do parâmetro de carga, é determinado através do Método do Deslocamento Generalizado, e ao fim da primeira etapa o parâmetro de carga e o vetor de deslocamentos nodais totais são atualizados. Muito provavelmente esses vetores não correspondem a um ponto de equilíbrio do sistema estrutural, sendo necessário ajustá-los através de correções, o que ocorre na Etapa 2.
- Etapa 2 – Etapa Corretiva: Realizada a avaliação das forças internas através do método de Newton-Raphson. A estratégia de iteração idealizada por esse método é repetida até que o vetor de forças residuais seja anulado, o que indica que o equilíbrio do sistema foi atingido. Para traçar a trajetória de equilíbrio completa, além dos pontos críticos da estrutura, o parâmetro de carga sofre correções durante o ciclo iterativo, utilizando a estratégia baseada na Norma Mínima dos Deslocamentos Residuais.

Após a obtenção da solução corretiva, são atualizadas as variáveis incrementais e totais. O vetor de forças internas é então comparado ao de forças externas, e o equilíbrio é verificado. Caso a estrutura esteja em equilíbrio, é feito um novo incremento do carregamento externo, em caso negativo, o processo corretivo é refeito até que o equilíbrio seja atingido.

2.3 Estruturas metálicas com cobertura duas águas

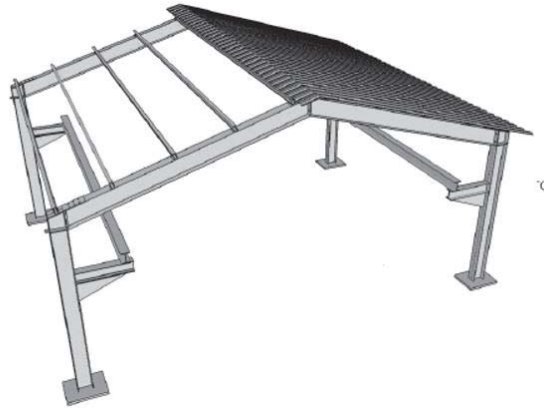
Estrutura é aquilo que suporta algo, aquilo que o faz manter em pé. É imprescindível na construção de qualquer coisa, seja na natureza ou nas invenções humanas. Há sempre uma necessidade vigente de ter algo em que se apoiar, algo confiável e que não desmorone nas primeiras adversidades que o ambiente ao redor proporciona. A elaboração de estruturas com coberturas duas águas aliam leveza com resistência, visando a obtenção de estruturas com melhor custo-benefício.

Tratando-se de estrutura metálica de duas águas, a atividade é de extrema competitividade e para se manter no mercado é necessário que os projetos cumpram requisitos de desempenho e segurança com um custo menor, buscando uma maior eficiência das estruturas.

Segundo Barbosa (2013) “o galpão duas águas trata-se de um modelo estruturado em metal com a cobertura em formato triangular montado em metal rígido e resistente, podem ser feitas grandes extensões de área coberta sem nenhum tipo de coluna interna”. Assim garantindo que o vão fique completamente livre e o espaço para estrutura melhor aproveitado. Coberturas duas águas podem ser divididas em vários tipos, a estudada no trabalho em

questão foi a estrutura duas águas de alma cheia, ou seja, com uma única barra para cada água do telhado como mostrado na Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Cobertura duas águas do tipo alma cheia.



Fonte: BARBOSA, Cesar (2013).

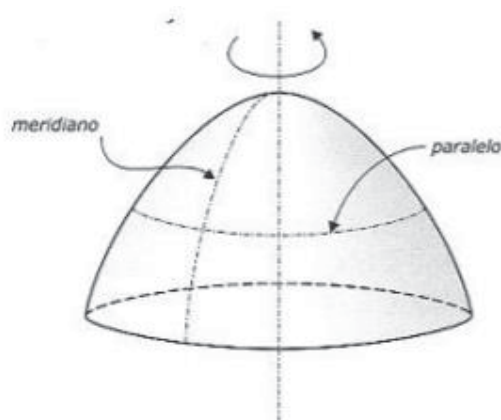
2.4 Estruturas metálicas do tipo cúpula

Cúpulas são classificadas como estruturas espaciais ou tridimensionais, pois se desenvolvem em um espaço tridimensional por meio de translações e rotações de elementos unidimensionais em formas de arcos ou que se aproximam de um, o que as tornam, muito propícias a serem usadas em coberturas.

A casca é chamada de cúpula quando o eixo de rotação é vertical e a curva geratriz intercepta esse eixo durante a rotação. A curva geratriz é chamada de meridiano e o plano que a contém, de plano de meridiano de superfície. Os planos horizontais que cortam a cúpula são chamados de paralelos. (FIDELIS, 2017).

Observa-se um exemplo simplificado de uma cúpula na Figura 5.

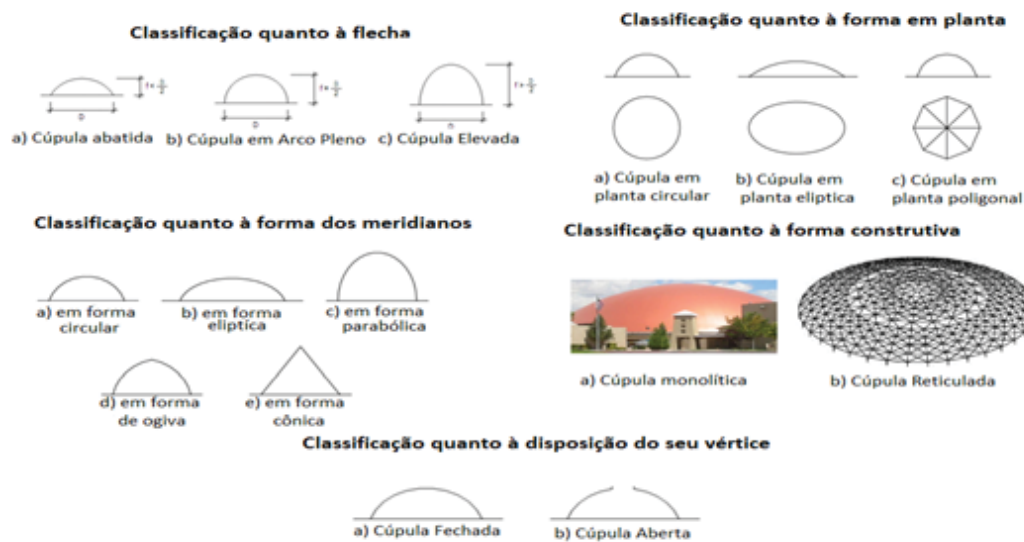
Figura 5 – Casca de revolução obtida por rotação de uma curva em torno de um eixo.



Fonte: VIEIRA, Nelson 2010

As cúpulas são classificadas de diversas formas. Esses sistemas de classificação são muito genéricos para as cúpulas, ou seja, a mesma cúpula pode ser enquadrada em vários sistemas. Para este trabalho o foco foi nas cúpulas treliçadas pois elas que são o objeto de estudo principal, mas arquitetonicamente as cúpulas podem ser classificadas pela à sua flecha, que é a altura da cúpula, podendo ser classificadas como cúpula abatida, cúpula em arco pleno e cúpula elevada; pela forma em planta, que podem ser uma cúpula em planta circular, elíptica ou poligonal; pela forma dos meridianos, que podem ser em forma circular, elíptica, parabólica, ogiva ou em forma cônica; pela sua forma construtiva, que podem ser uma cúpula monolítica ou uma cúpula reticulada e pela disposição do seu vértice, que podem ser uma cúpula fechada ou uma cúpula aberta. Pode-se observar a classificação arquitetônica de cúpulas pela Figura 6.

Figura 6: Classificação arquitetônica das cúpulas.



Fonte: VIEIRA, Nelson 2010

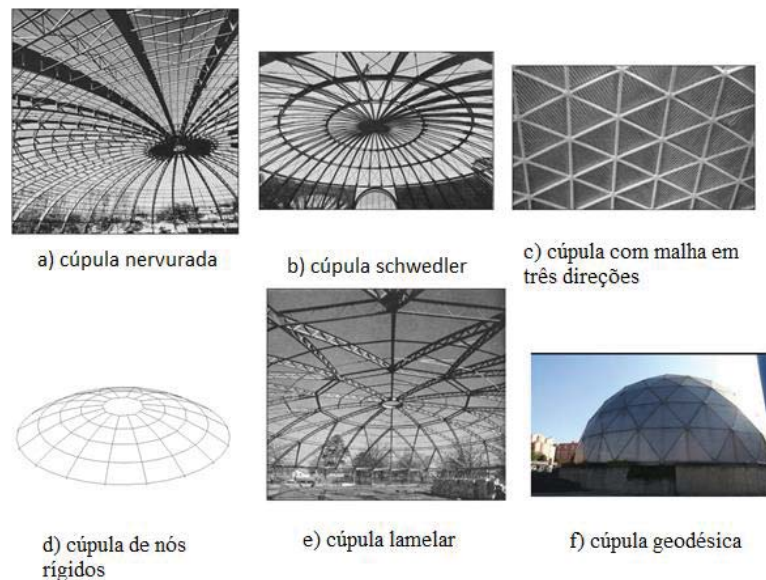
2.4.1 Cúpulas Treliçadas

São compostas por elementos lineares de pequeno comprimento ligados entre si e disposto de modo a aproximar a forma de uma casca contínua. Este tipo de estrutura apresenta um comportamento semelhante ao das cascas monolíticas finas, ou seja, resiste a esforços normais e flexão. É a disposição dos elementos que define os sistemas estruturais das cúpulas treliçadas, sendo essas chamadas de cúpulas metálicas, estes sistemas devem ser estudados individualmente por apresentarem particularidades e comportamentos diferentes. Dentro das classificações de cúpulas treliçadas tem como principais as seguintes:

- Cúpulas Nervuradas (comporta-se como um conjunto de arcos);
- Cúpulas Schwedler (foram inseridas barras diagonais de contraventamento);
- Cúpulas com malha em três direções (constituída por tubos curvos unido em três elementos);
- Cúpulas de nós rígidos (compostas por costelas e anéis horizontais ligados rigidamente entre si);

- Cúpulas lamelares (estruturas esbeltas e longas unidas entre si formando malhas triangulares estáveis e resistentes);
 - Cúpulas geodésicas (estrutura com superfície composta por diversos polígonos planos onde os vértices coincidem com uma superfície esférica ou oval).
- Observa-se a representação das cúpulas treliçadas na Figura 7.

Figura 7: Cúpulas treliçadas.



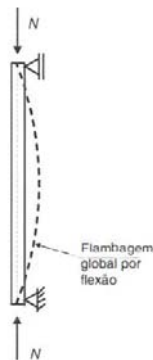
Fonte: VIEIRA, Nelson 2010

2.5 Barras comprimidas

Peças comprimidas axialmente são encontradas em componentes de treliças, sistemas de travamento e em pilares de sistemas contraventados de edifícios com ligações rotuladas. Segundo Pfeil (2009) “ao contrário do esforço de tração, que tende a retificar as peças reduzindo o efeito de curvaturas iniciais existentes, o esforço de compressão tende a acentuar esse efeito. Os deslocamentos laterais produzidos compõem o processo conhecido por flambagem por flexão que, em geral, reduz a capacidade de carga da peça em relação ao caso da peça tracionada.”

Na Figura 8 é representado uma coluna com um o comportamento de Flambagem por flexão.

Figura 8: Representação de flambagem por flexão em uma coluna.



Fonte: PFEIL, Walter, 2009.

2.5.1 Flambagem por flexão

A primeira pessoa que estudou sobre instabilidade foi Leonhardt Euler, que investigou o equilíbrio de uma coluna comprimida na posição deformada com deslocamentos laterais e o resultado obtido pode ser observado nas retas da Figura 9, para essas retas foi considerado uma coluna idealmente perfeita que é válido para as seguintes condições:

- Coluna isenta de imperfeições geométricas e tensões residuais;
- Material de comportamento elástico linear;
- Carga perfeitamente centrada.

Para essas condições, inicialmente a coluna se mantém reta e com deslocamentos laterais nulos até a carga atingir a carga crítica que pode ser calculada pela seguinte equação:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1)$$

onde N_{cr} = carga crítica

E = módulo de elasticidade (módulo de Young)

I = momento de inércia de área

l = comprimento vão

Após esta carga não é possível o equilíbrio na configuração retilínea. Então ocorrem os deslocamentos laterais, e a coluna é exposta à flexocompressão. Segundo Pfeil (2009) “ Em função de pequenos deslocamentos e rotações, ficou indeterminada a função carga N versus deslocamento δ para $N > N_{cr}$.” O aparecimento desses deslocamentos é representado na Figura 9 como uma linha tracejada horizontal

Dividindo a carga crítica pela área A da seção reta da haste, se tem a tensão crítica.

$$f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{Al^2} = \frac{\pi^2 E}{(l/i)^2} \quad (2)$$

onde, f_{cr} = tensão crítica;

A = área da seção;

l/i = índice de esbeltez da haste;

$i = \sqrt{I/A}$, raio de giração da seção, em relação ao eixo de flambagem.

Colunas reais tem imperfeições geométricas, como desvios de retinidade, de origem vinda dos processos de fabricações e nem sempre se garante a perfeita centralização do carregamento (PFEIL, 2009). Nos casos de colunas com imperfeição geométrica (δ_0) e de coluna com excentricidade de carga (e_0) essas colunas podem ser observadas na Figura 9. Nesses casos a flambagem ocorre com a flexão da haste desde o começo do carregamento como indica a curva 1 da Figura 9.

Segundo Pfeil (2009) “o esforço normal N em uma coluna com imperfeição geométrica representado por δ_0 produz uma excentricidade adicional δ , chegando-se a uma flecha total δ_t .”

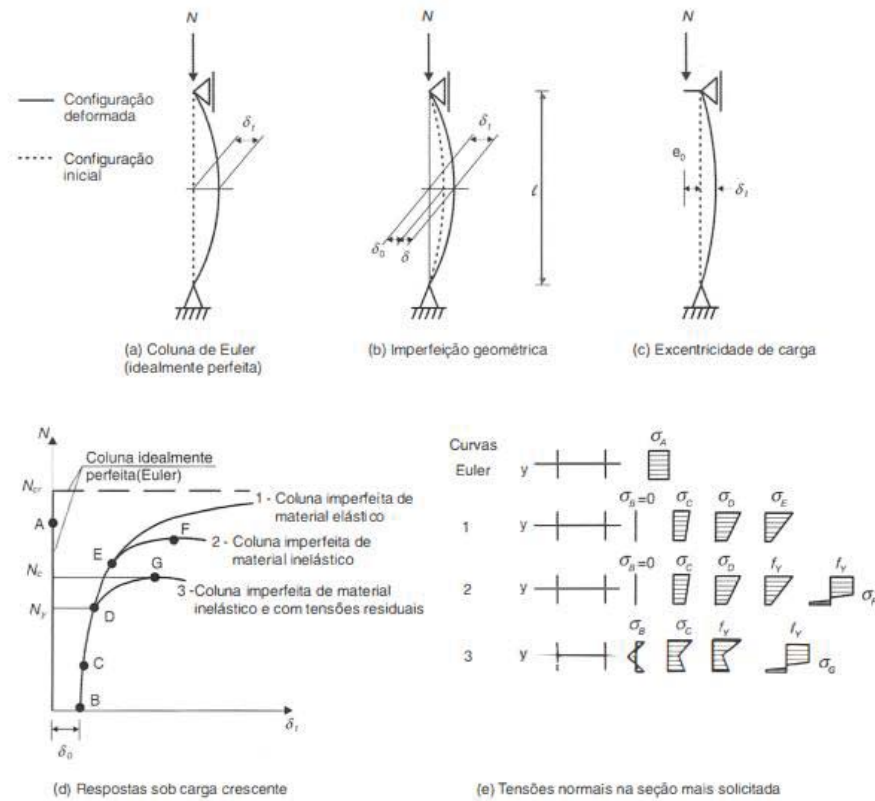
O gráfico $N \times \delta_t$ corresponde à curva 1 da Figura 9. A evolução das tensões normais de uma coluna em flambagem em torno do eixo Y é ilustrada na Figura 9. Para uma coluna imperfeita de material elástico é observado o aparecimento de flexocompressão em todo o caminho de equilíbrio com tensões máximas na seção (PFEIL, 2009).

O material da coluna sendo elastoplástico, a máxima tensão obtida pela equação 4 atinge a tensão de escoamento f_y no ponto E da Figura 9, e a coluna apresenta uma redução de rigidez devido à plastificação progressiva da seção mais solicitada, passando a seguir a curva 2. No ponto F, a coluna atinge sua resistência pela plastificação total da seção central. (PFEIL, 2009)

No ponto B do gráfico da Figura 9 observa-se que as colunas fabricadas em aço estão sujeitas à ação do carregamento e a tensões oriundas dos processos de fabricações, tensões residuais σ_r , essas tensões são somadas com as tensões geradas pelo carregamento, e o início da plastificação acontece sob ação da carga N_y que corresponde ao ponto D da Figura 9, então a coluna passa para o caminho da curva 3 e atinge a resistência sob ação da carga N_c no ponto G.

A carga N_c é a conhecida como carga última ou resistente e, como observa-se na Figura 9, pode ser menor que a carga crítica (N_{cr}) da coluna de Euler correspondente.

Figura 9: Comportamento de colunas sob cargas crescentes. Efeitos da imperfeição geométrica inicial, da excentricidade da carga, e das tensões residuais.



Fonte: PFEIL, Walter, 2009.

A tensão última nominal f_c observando-se a ação do esforço normal N_c (sem flexão) sobre a seção transversal de área A (PFEIL, 2009):

$$f_c = \frac{N_c}{A} \tag{3}$$

onde, f_c = tensão última nominal

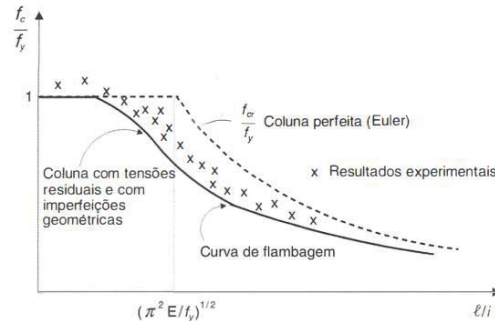
A tensão crítica f_{cr} e a tensão última f_c dependem da esbeltez l/i da coluna em torno do eixo em que se dá a flambagem. Quanto maior a esbeltez de uma coluna seu comportamento será mais deformável e menor ser a tensão última (PFEIL, 2009).

A variação da tensão última f_c dividida pela tensão de escoamento f_y do material em função do índice de esbeltez l/i é apresentada na Figura 10. A curva tracejada da Figura 10 mostra como seria representado um critério de resistência para colunas geometricamente perfeitas com material elasto-plástico perfeito, onde se nota que para $f_{cr} < f_y$ a tensão última f_c é a própria tensão crítica f_{cr} , e quando $f_{cr} > f_y$ a tensão última f_c pode ser igual a tensão do escoamento f_y .

Mas, como já observado, devido a imperfeições geométricas e de tensões residuais, o conjunto de tensões últimas obtido em resultados experimentais tem a distribuição ilustrada

abaixo da curva da coluna perfeita na Figura 10. Segundo Pfeil (2009) “para colunas curtas os valores experimentais de f_c são maiores que f_y devido ao encruamento do aço.”

Figura 10: Variação de resistência de uma coluna comprimida em função do índice de esbeltez l/i .



Fonte: PFEIL, Walter, 2009.

A curva com imperfeições (curva em linha cheia), denominada curva de resistência à compressão com flambagem ou simplesmente curva de flambagem, é o critério de resistência de uma coluna. Existem três regiões:

- Colunas muito esbeltas (valores elevados de l/i) onde ocorre flambagem em regime elástico $f_{cr} < f_y$ e onde $f_c \cong f_{cr}$;
- Colunas de esbeltez intermediária, nas quais tem maior influência das imperfeições geométricas e das tensões residuais;
- Colunas curtas (valores baixos de l/i), nas quais a tensão última f_c é tomada igual à de escoamento do material f_y .

Permitindo a comparação de resistências de perfis com diferentes aços, a curva em linha cheia é representada pelas coordenadas f_c/f_y e o índice de esbeltez reduzido λ_0 :

$$\lambda_0 = \frac{K l/i}{(\pi^2 E/f_y)^{1/2}} = \frac{Kl}{i} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} \quad (4)$$

onde, λ_0 = índice de esbeltez reduzido;

K = coeficiente de flambagem;

Kl = comprimento de flambagem;

f_y = tensão de escoamento do material;

O índice de esbeltez reduzido pode ainda ser escrito na forma:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A_g f_y}{N_{cr}}} \quad (5)$$

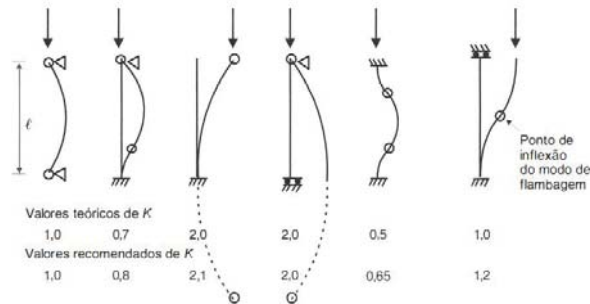
onde, A_g = área da seção transversal bruta.

2.5.2 Comprimento de flambagem

Comprimento de flambagem é a distância entre os pontos de momento nulo da haste comprimida, deformada lateralmente. Para haste birrotulada o comprimento da flambagem é o próprio comprimento da haste (PFEIL, 2009).

Os comprimentos de flambagem teóricos de hastes com extremos rotulados, engastados ou livres, se encontram na Figura 11.

Figura 11: Comprimentos de flambagem.



Fonte: PFEIL, Walter, 2009.

Segundo Pfeil (2009) “como nos pontos de inflexão o momento fletor é nulo, a carga crítica de uma haste com qualquer tipo de apoio é igual à carga crítica da mesma haste, birrotulada, com comprimento l_{fl} .” A carga crítica para qualquer haste é dada em regime elástico, pela fórmula de Euler escrita na forma:

$$N_{cr} = N_E = \frac{\pi EI}{l_{fl}^2} \quad (6)$$

onde, $l_{fl} = K l$, sendo K o parâmetro de flambagem.

2.5.3 Dimensionamento

O esforço resistente de projeto, para hastes metálicas, sem efeito de flambagem local, sujeitas à compressão axial é dado pela equação:

$$N_{dres} = \frac{N_c}{\gamma_{al}} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{al}} \quad (7)$$

onde, N_{dres} = esforço resistente;

$\gamma_{al} = 1,10$ para combinações normais de ações.

A tensão f_c considera o efeito de imperfeições geométricas e excentricidades de aplicação das cargas dentro das tolerâncias da norma.

A Figura 12 ilustra o aspecto da faixa de variação das curvas de flambagem desenvolvidas considerando a imperfeição geométrica segundo a NBR 8800, chamada curva única de flambagem, que é descrita como uma relação entre o parâmetro adimensional χ .

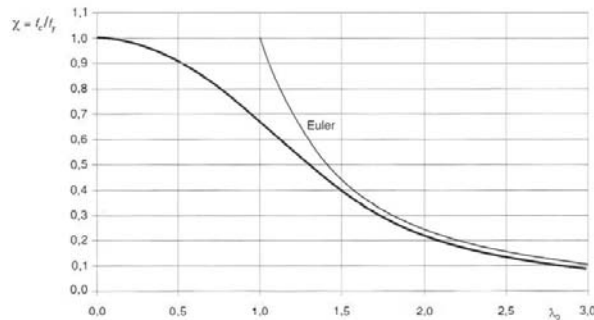
$$\chi = \frac{f_c}{f_y} \quad (8)$$

e o índice de esbeltez reduzido

$$\chi = 0,658\lambda_0^2 \text{ para } \lambda \leq 1,5 \quad (9)$$

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \text{ para } \lambda > 1,5 \quad (10)$$

Figura 12: Curva única de flambagem da norma NBR 8800:2008.



Fonte: PFEIL, Walter, 2009.

3 METODOLOGIA

Foram selecionadas algumas estruturas suscetíveis ao *snap-through* na literatura para fazer as análises não lineares em software de análise estrutural para ver como o fenômeno se comporta e quais são as condições em que ele pode aparecer. Para isso, foi utilizado o MASTAN2. E após a retirada da carga limite do fenômeno de *snap-through*, foi feito o cálculo de dimensionamento de peças comprimidas nas barras das cúpulas utilizando critérios de dimensionamento da norma NBR 8800 para a retirada da carga resistente para posterior comparação, após foi feita a análise da ação do vento sob as estruturas em 2D conforme a norma NBR 6123 para ver se o vento teria uma ação de sucção ou sobrepressão nas estruturas analisadas. Pode-se observar o passo a passo da metodologia no fluxograma da Figura 13 a seguir.

Figura 13: Fluxograma das etapas do trabalho.



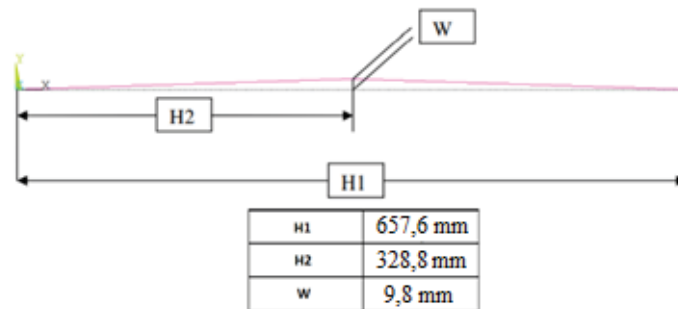
Fonte: Autor.

3.1 Estruturas da literatura

Para realizar os estudos sobre o fenômeno de instabilidade por *snap-through* algumas estruturas simples, da própria literatura, foram selecionadas e foram colocadas em diferentes situações, como de fixação e ligações entre elementos, para analisar onde esse efeito pode surgir, para que depois seja feito o dimensionamento seguindo a norma NBR 8800, para verificar em quais configurações o fenômeno do *snap-through* governa o dimensionamento e em quais é possível só seguir o dimensionamento de barras comprimidas da NBR 8800, para chegar a conclusões e recomendações sobre isso.

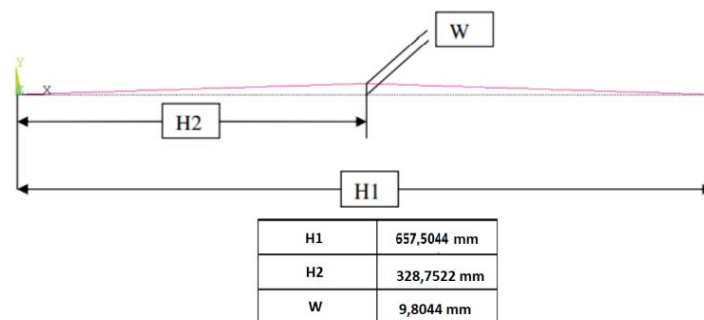
Para fazer análise foram utilizadas duas estruturas selecionadas na literatura e colocados sob uma carga de 3,5 kN no meio do vão dessas estruturas e foram escolhidas algumas seções transversais do próprio banco de dados do MASTAN2. A Estrutura 1 é composta por um tubo quadrado 88,9 mm x 88,9 mm x 4,8 mm. A estrutura 2 é composta por um tubo quadrado de seção 41,3 mm x 41,3 mm x 4,8 mm. Observam-se as estruturas escolhidos na Figura 14 e na Figura 15.

Figura 14 – Estrutura 1.



Fonte: REZAIIEE-PAJAND, Mohammad, 2011.

Figura 15 – Estrutura 2.



Fonte: DESPHANDE, Shruti, 2010.

A partir da seleção dessas estruturas, elas foram modeladas no software de análises de estrutura MASTAN2, e cada elemento foi dividido em 4 elementos para melhor visualização do efeito, e exposto a variações de fixações e ligações entre elementos e para cada variação foi feita uma análise não linear, para se obter um gráfico de Carga x Deslocamento, a fim de comparar com os gráficos da literatura para saber em quais condições o efeito de *snap-through* pode vir a aparecer. Junto a isso uma análise linear foi feita, em alguns dos pórticos,

para obter os esforços normais e de momento que estão presentes na estrutura, para comparar quais são os esforços predominantes, na geometria inicial das estruturas, fazendo uma correlação entre os esforços e a ocorrência ou não do fenômeno do *snap-through*.

O MASTAN2 é uma alternativa gratuita de análise de estruturas, programado no MATLAB com as análises baseadas na teoria e formulações matemáticas do livro *Matrix Structural Analysis* de 2014, escrito por McGuire, Gallagher e Ziemian. Esse software permite realizar análises lineares elásticas de primeira e segunda ordem ou análises não elásticas de estruturas bi e tridimensionais sujeitas a cargas. Como a maioria dos programas de análise estrutural, inclui o traçado de diagramas de esforços e deformadas, cálculo de reações de apoio, deslocamentos e muitas outras funcionalidades e ferramentas de apoio à análise de estruturas.

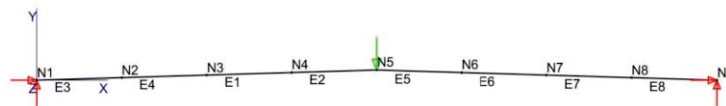
3.2 Estruturas da literatura dentro do MASTAN2

Depois de selecionados as estruturas da literatura elas foram modelados como estão dimensionados nas figuras da literatura com variações em seus apoios e nas condições de ligação entre as barras.

3.2.1 Estrutura 1

A estrutura 1, estrutura da Figura 13, foi colocado em quatro configurações diferentes para analisar quais seriam os efeitos de uma força no meio do vão dessa estrutura. A configuração 1 foi estrutura normal com as ligações rígidas entre os elementos, com suas bases rotuladas com uma força no meio do vão de 3,5 kN, como mostra a Figura 16.

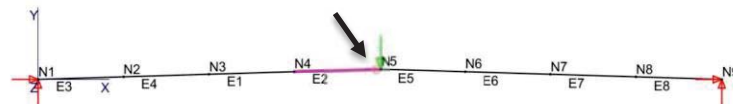
Figura 16: Configuração 1 – Estrutura 1.



Fonte: Autor.

A configuração 2 em que a estrutura 1 foi colocado é similar a configuração 1, mas a ligação entre o elemento 2 e o elemento 5 ao invés de ser rígida, agora é uma ligação flexível (onde a flecha preta está indicando) como mostra a Figura 17.

Figura 17: Configuração 2 - Estrutura 1.

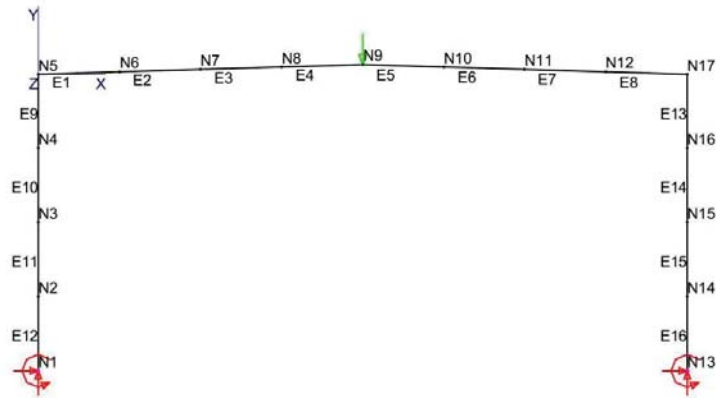


Fonte: Autor.

A configuração 3 da estrutura 1 é com as mesmas condições da configuração 1, mas foi adicionado um pilar, com bases engastadas, em cada uma das extremidades da estrutura com uma seção de W 100 mm x 19,3 mm e 300 mm de comprimento. E para as estruturas

com pilares a análise foi feita aplicando uma carga de 500 N. Pode-se observar a configuração 3 na Figura 18 a seguir.

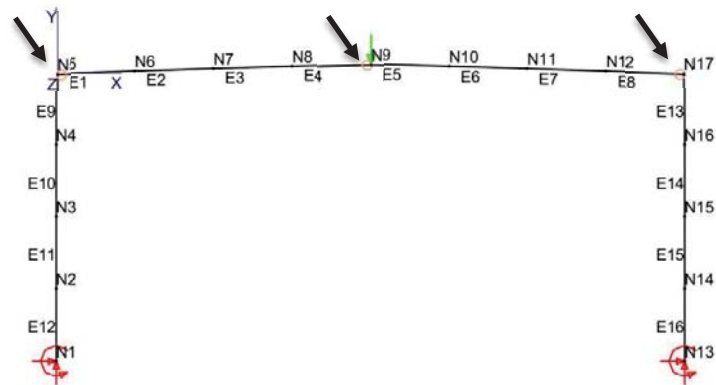
Figura 18: Configuração 3 - Estrutura 1.



Fonte: Autor.

E a configuração 4 é similar com a terceira, mas com ligações flexíveis (onde indicam as flechas pretas) entre os elementos 1 e 4, elementos 9 e 7 e os elementos 15 e 8. Observa-se como ficou a configuração 4 na Figura 19.

Figura 19: Configuração 4 - Estrutura 1.

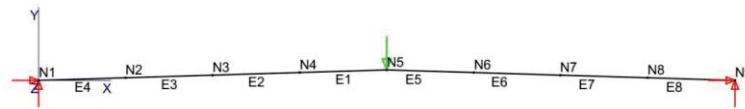


Fonte: Autor.

3.2.2 Estrutura 2

A estrutura 2, estrutura da Figura 14, foi colocado em quatro configurações diferentes para analisar quais seriam os efeitos de uma força no meio do vão dessa estrutura, a configuração 1 foi a estrutura normal com todos elementos rígidos, com suas bases rotuladas, com uma força no meio do vão de 3,5 kN, como mostra a Figura 20.

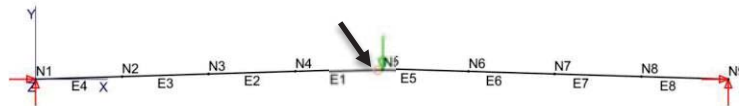
Figura 20: Configuração 1 - Estrutura 2.



Fonte: Autor.

A configuração 2 da estrutura 2 é similar a primeira, mas a ligação entre o elemento 1 e o elemento 5 ao invés de ser rígida, agora é uma ligação flexível (indicada pela flecha preta) como mostra a Figura 21.

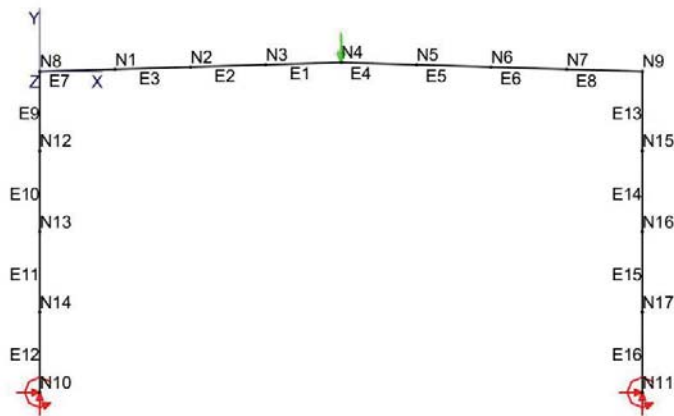
Figura 21: Configuração 2 - Estrutura 2.



Fonte: Autor.

A configuração 3 da estrutura 2 é com as mesmas condições da primeira configuração, mas foi adicionado um pilar, com suas bases engastadas, em cada uma das extremidades do arco com uma seção de W 100 mm x 19,3 mm, e 350 mm de comprimento. . E para as estruturas com pilares a análise foi feita aplicando uma carga de 500 N . Observa-se a configuração 3 na Figura 22 a seguir.

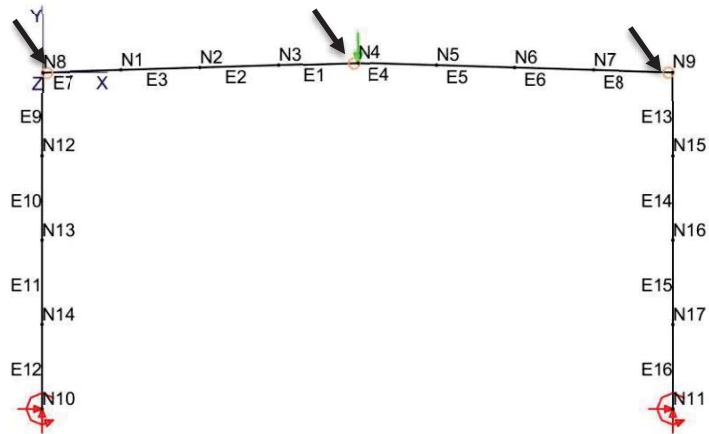
Figura 22: Configuração 3- Estrutura 2.



Fonte: Autor.

E a configuração 4 é similar com a terceira, mas com ligações flexíveis (onde indicam as flechas pretas) entre os elementos 1 e 4, elementos 9 e 7 e os elementos 15 e 8. Observa-se como ficou a configuração 4 na Figura 23.

Figura 23: Configuração 4- Estrutura 2.

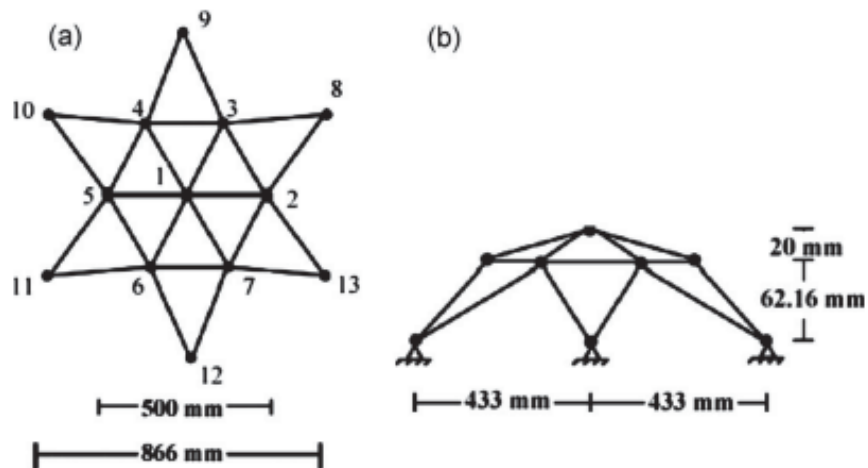


Fonte: Autor.

3.3 Cúpula da literatura

Para fazer análise em uma cúpula foi selecionado uma cúpula da literatura e colocados sobre uma carga de 100 kN no centro dessa estrutura e foram escolhidas algumas seções de materiais do próprio banco de dados do MASTAN2, a cúpula é composta por tubos quadrados 88,9 mm x 88,9 mm x 4,8 mm. Observa-se a cúpula retirada do artigo *Automatic DR Structural Analysis of Snap-Through and Snap-Back Using Optimized Load Increments* do M. Rezaiee-Pajand na Figura 24.

Figura 24: Cúpula da literatura a) vista superior b) vista lateral.



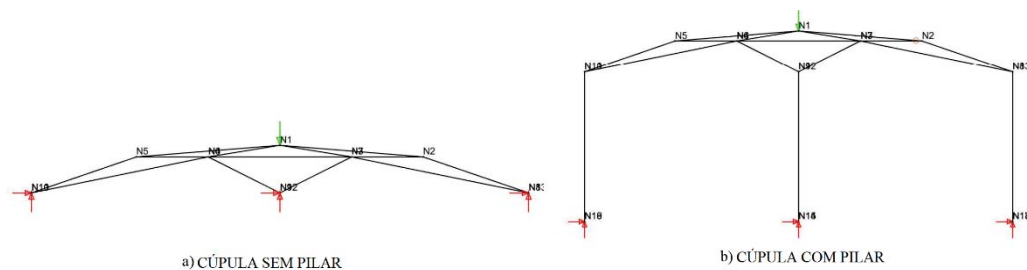
Fonte: REZAIIEE-PAJAND, Mohammad, 2011.

A partir da seleção da cúpula ela foi modelada no software de análises de estrutura MASTAN2, conforme mostrada na Figura 24, e exposta a variações de fixações e ligações entre elementos e para cada variação foi feita uma análise não linear, para se obter um gráfico de Carga x Deslocamento, para comparar com os gráficos da literatura para saber em quais condições o efeito de *snap-through* pode vir a aparecer. Junto a isso uma análise linear foi feita, em alguns dos modelos, para obter os esforços normais e de momento que estão presente na estrutura, para comparar quais são os esforços predominantes, na geometria inicial da cúpula, fazendo uma correlação entre os esforços e a ocorrência ou não do fenômeno do *snap-through*.

3.3.1 Modelo de Cúpula no MASTAN2

As análises foram feitas em 6 configurações diferentes com a estrutura da literatura, 3 configurações com a estrutura exatamente igual à da literatura e outras 3 configurações com pilares nas bases da cúpula para ver como a estrutura se comporta nessas diferentes configurações. Observam-se essas duas cúpulas na Figura 25 a seguir.

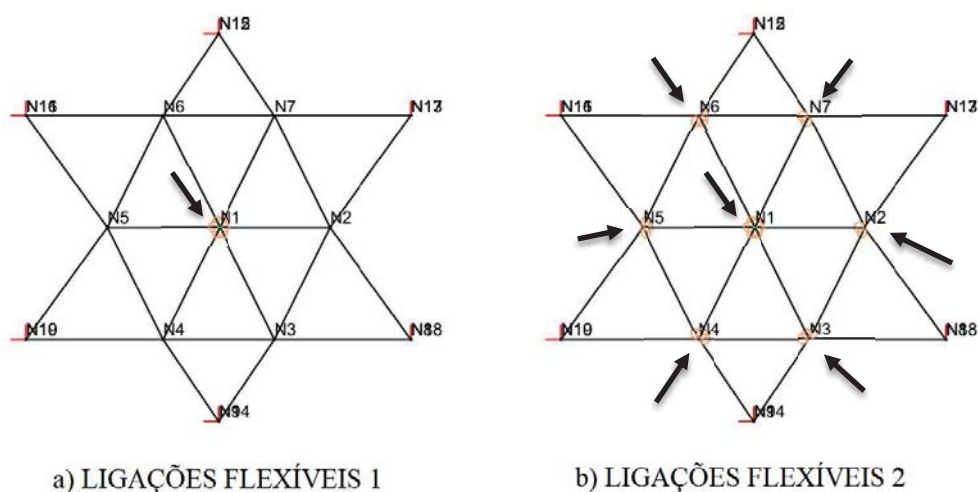
Figura 25- a) Cúpula sem pilar b) Cúpula com pilar.



Fonte: Autor.

Essas cúpulas foram modeladas em 3 configurações diferentes cada, uma configuração com ligações rígidas e outras duas com rótulas, mostras nas ligações flexíveis 1 e ligações flexíveis 2, que podem ser observadas na Figura 26 a seguir.

Figura 26- a) Ligações Flexíveis 1 b) Ligações Flexíveis 2.



Fonte: Autor.

As 6 configurações que essas cúpulas foram submetidas estão mostradas na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Configurações das estruturas do tipo cúpula.

Configuração	Pilares	Rótulas
1	Não	Não
2	Não	Ligações Flexíveis 1
3	Não	Ligações Flexíveis 2
4	Sim	Não
5	Sim	Ligações Flexíveis 1
6	Sim	Ligações Flexíveis 2

Fonte: Autor.

3.4 Cálculo de carga resistente das barras

Após conclusão das análises não-lineares nas estruturas 1 e 2, foi feito um cálculo para saber o esforço resistente das barras e ver se as barras fossem dimensionadas só pelo critério de norma para barras comprimidas (considerando a flambagem por flexão de cada barra individual) iria se ter um projeto a favor da segurança ou não. Foi feito cálculo para os dois tipos de seções, para a seção da estrutura 1 usa-se as variáveis apresentadas na Tabela 2 para os cálculos.

Tabela 2: Variáveis para cálculo de esforço resistente por flambagem por flexão Estrutura 1

Variáveis	Valores
Comprimento da barra l	328,946 mm
Momento de inercia I_{yy}	1690000 mm^4
Área A	1400 mm
Tensão de escoamento do Aço	250 MPa

Fonte: Autor

Para a estrutura 2 as variáveis usadas foram as apresentadas na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3: Variáveis para cálculo de esforço resistente por flambagem por flexão Estrutura 2

Variáveis	Valores
Comprimento da barra l	328,8984 mm
Momento de inercia I_{yy}	1300000 mm^4
Área A	601 mm
Tensão de escoamento do Aço	250 MPa

Fonte: Autor

Depois foi feito também um cálculo para saber o esforço resistente das barras nas cúpulas com as variáveis apresentadas na Tabela 4 a seguir.

Tabela 4: Variáveis para cálculo de esforço resistente por flambagem por flexão da Cúpula

Variáveis	Valores
Comprimento da barra l	280,2231 mm
Momento de inercia I_{yy}	1690000 mm^4
Área A	1440 mm
Tensão de escoamento do Aço	250 MPa

Fonte: Autor

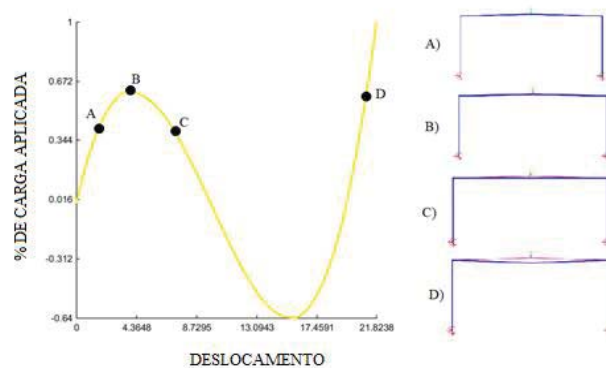
3.5 Análise da ação do vento sob as estruturas 2D

O seguinte passo foi analisar se ação do vento nas inclinações das estruturas 2D da literatura teriam uma sobrepressão do vento ou uma sucção, pois o efeito de *snap-through*, para ocorrer com a força do vento, as cargas devido ao vento devem ser de sobrepressão na estrutura, onde a pressão externa é maior que a interna, fazendo uma força de cima para baixo, onde que dependendo da força aplicada na estrutura o efeito de instabilidade pode vir a ocorrer. E para identificar qual pressão está sob a estrutura basta analisar sua inclinação e ver a tabela 5 da NBR 6123 que está no Anexo A. Se o coeficiente de pressão externo for negativo, a ação do vento é de sucção e, se o coeficiente for positivo, a ação do vento é de sobrepressão.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Depois que as estruturas da literatura foram modeladas no software MASTAN2 foi possível fazer gráficos de Carga (Y) x Deslocamento (X), e ver a evolução da deformação de cada estrutura, para ver como se comportariam esses gráficos para verificar se ocorreu o problema de instabilidade por *snap-through* comparando esses dados com os dados da literatura vistos na Figura 2, pode-se observar o comportamento dos gráficos nas estruturas que foram suscetíveis ao efeito de flambagem por *snap-through* na Figura 27 a seguir.

Figura 27: Comportamento do gráfico em estruturas suscetíveis ao *snap-through*.



Fonte: Autor.

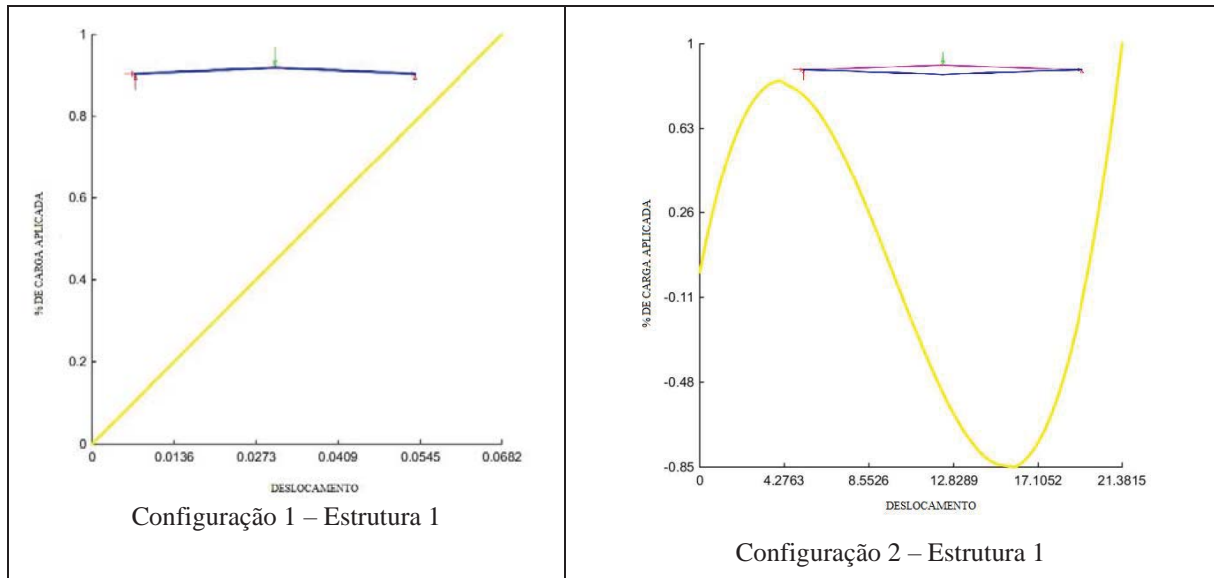
No ponto A é a estrutura antes da ocorrência da instabilidade por *snap-through*, então a carga é aumentada até o seu ponto limite em B e após isso um aumento mínimo de carga faz a estrutura passar para o ponto D, estado de equilíbrio distante. No ponto C pode-se observar que mesmo diminuindo a carga após ela passar do seu limite a deformação no arco continua e não volta mais para a configuração de equilíbrio do ponto A. O equilíbrio no ponto C só é mantido diminuindo a carga, constituindo uma configuração que não será observada na prática. O mesmo vale para todo o trecho da curva entre os pontos B e D. Portanto, o fenômeno da instabilidade por *snap-through* ocorre na passagem do ponto B para o ponto D ao aumentar a carga além da carga limite. A partir da nova configuração no ponto D, a estrutura volta a ser estável e a carga pode ser aumentada novamente.

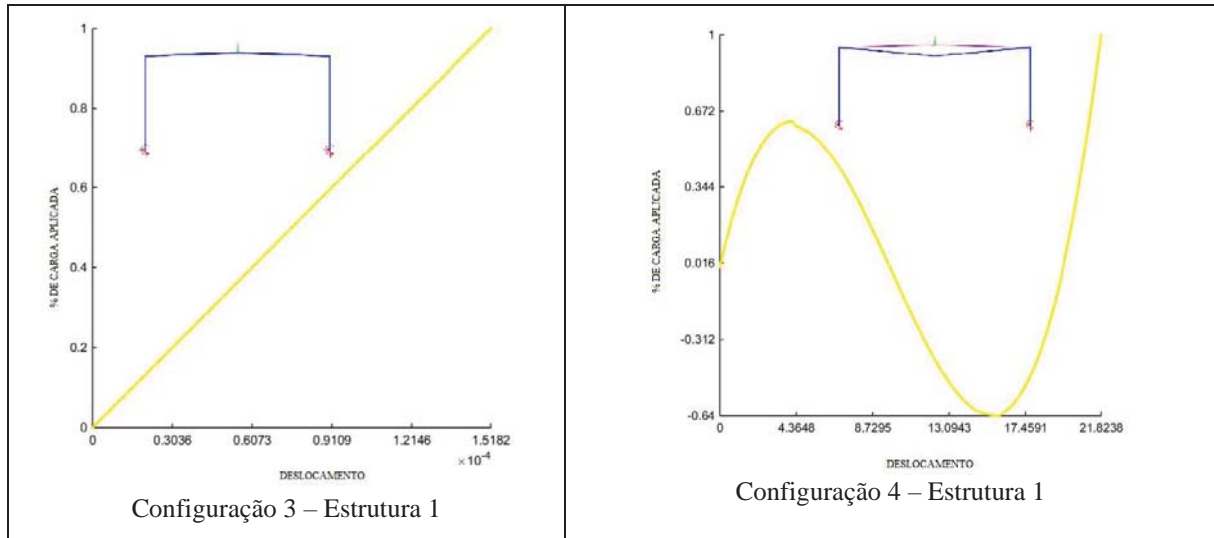
E após feita a análise não-linear para retirada dos gráficos e deformações foram escolhidos 4 pórticos, 2 que ocorreram o fenômeno e outros 2 que não ocorreram. O mesmo foi feito para a cúpula, onde foram escolhidas 2 configurações, uma em que ocorreu o efeito e outra que não ocorreu. Nessas estruturas selecionadas, através de uma análise linear, foram analisados os esforços dominantes na sua configuração inicial para fazer uma correlação destes com a ocorrência ou não do fenômeno do *snap-through*. Finalmente, calcula-se a carga admissível das estruturas baseada no dimensionamento à compressão de cada barra individualmente.

4.1 Análises não-lineares das estruturas

Para as 4 configurações da estrutura 1, foram feitas análises não-lineares com incrementos de 1% da carga aplicada até atingir a carga máxima, e o resultado são os gráficos e a representação das estruturas deformadas mostrada abaixo na Figura 28.

Figura 28 – Gráficos Carga x Deslocamento e deformações da Estrutura 1.



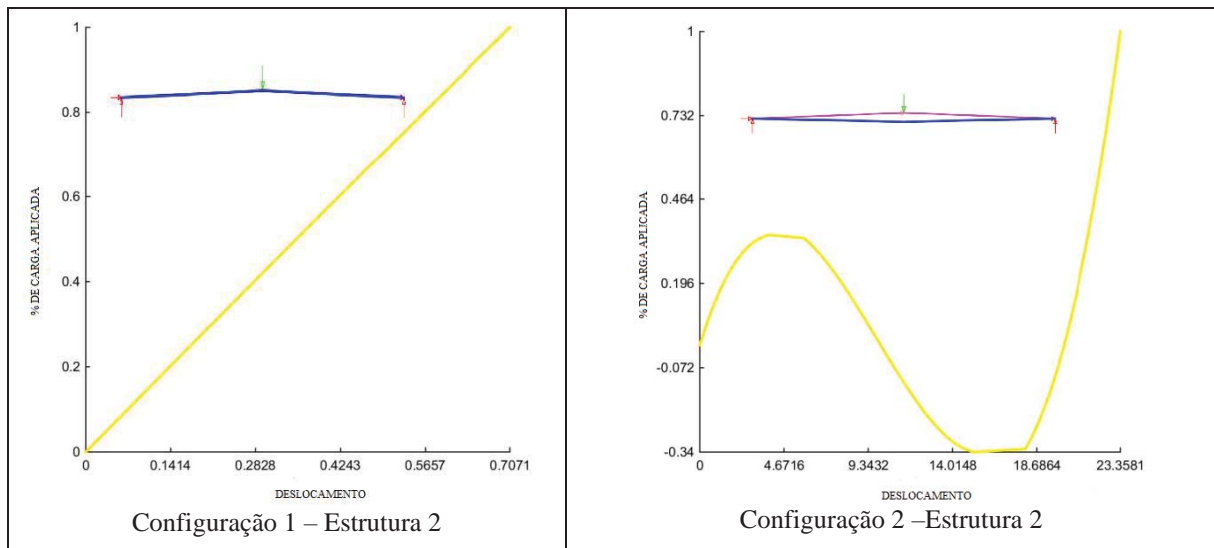


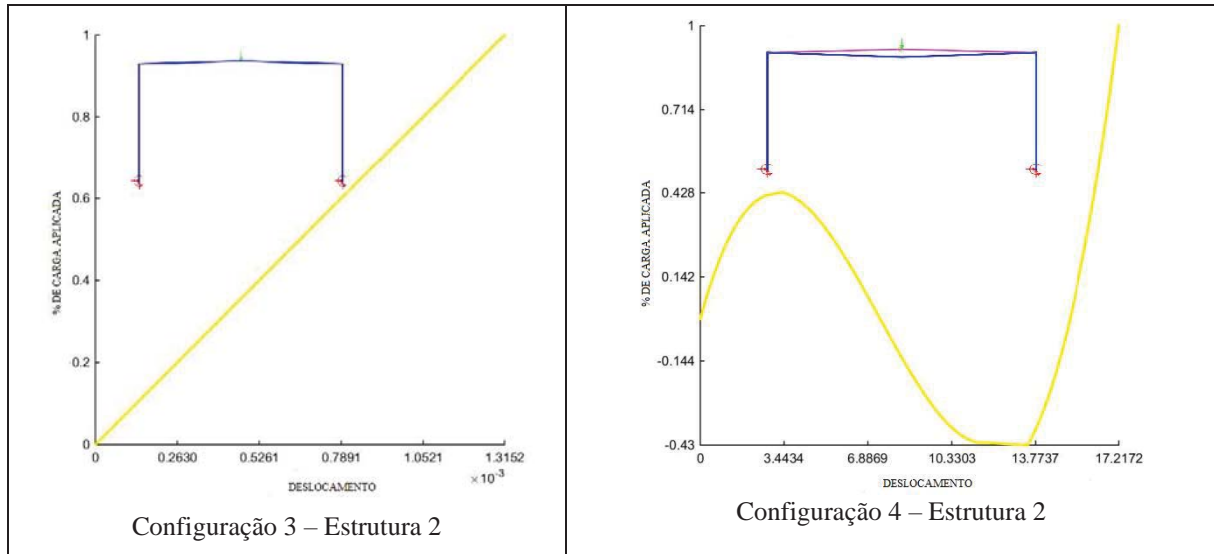
Fonte: Autor.

Nessa Figura 28, comparando com os gráficos e deformações da literatura, é observado que o fenômeno de *snap-through* ocorre na configuração 2 e na configuração 4 e que a carga limite da configuração 2 foi de 84% da carga aplicada, ou seja, 2940 N, que foi quando ocorreu a mudança de geometria e ocorreu o fenômeno. E na configuração 5 a carga limite foi de 63% da carga aplicada, ou seja 315 N.

Para as 4 configurações da estrutura 2, foram feitas análises não-lineares com incrementos de 1% da carga aplicada até atingir a carga máxima, e chega-se aos gráficos e a representação das estruturas deformadas mostrada abaixo na Figura 29.

Figura 29 – Gráficos Carga x Deslocamento e deformações da Estrutura 2.





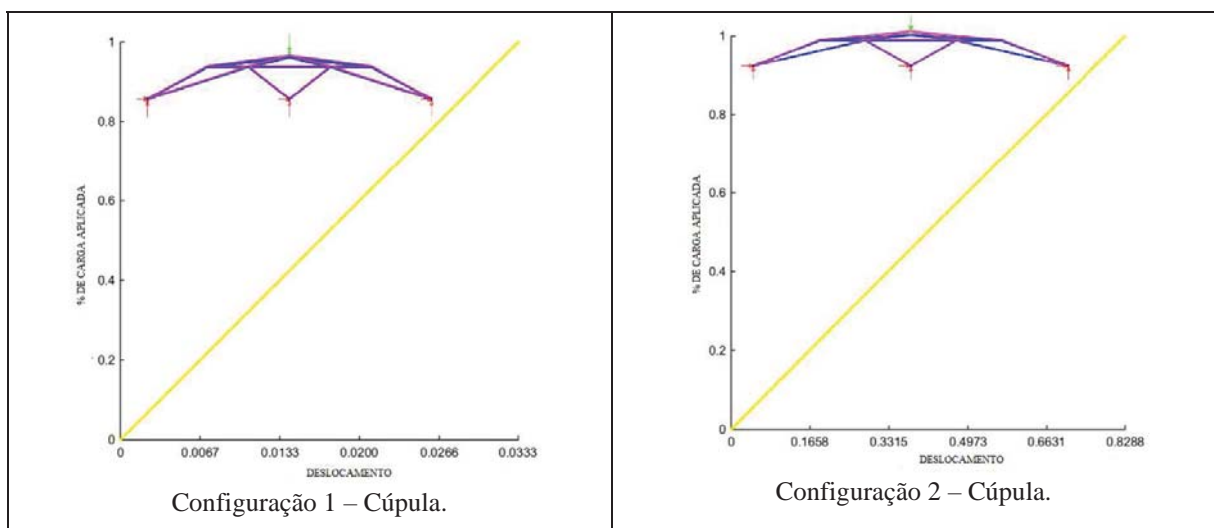
Fonte: Autor.

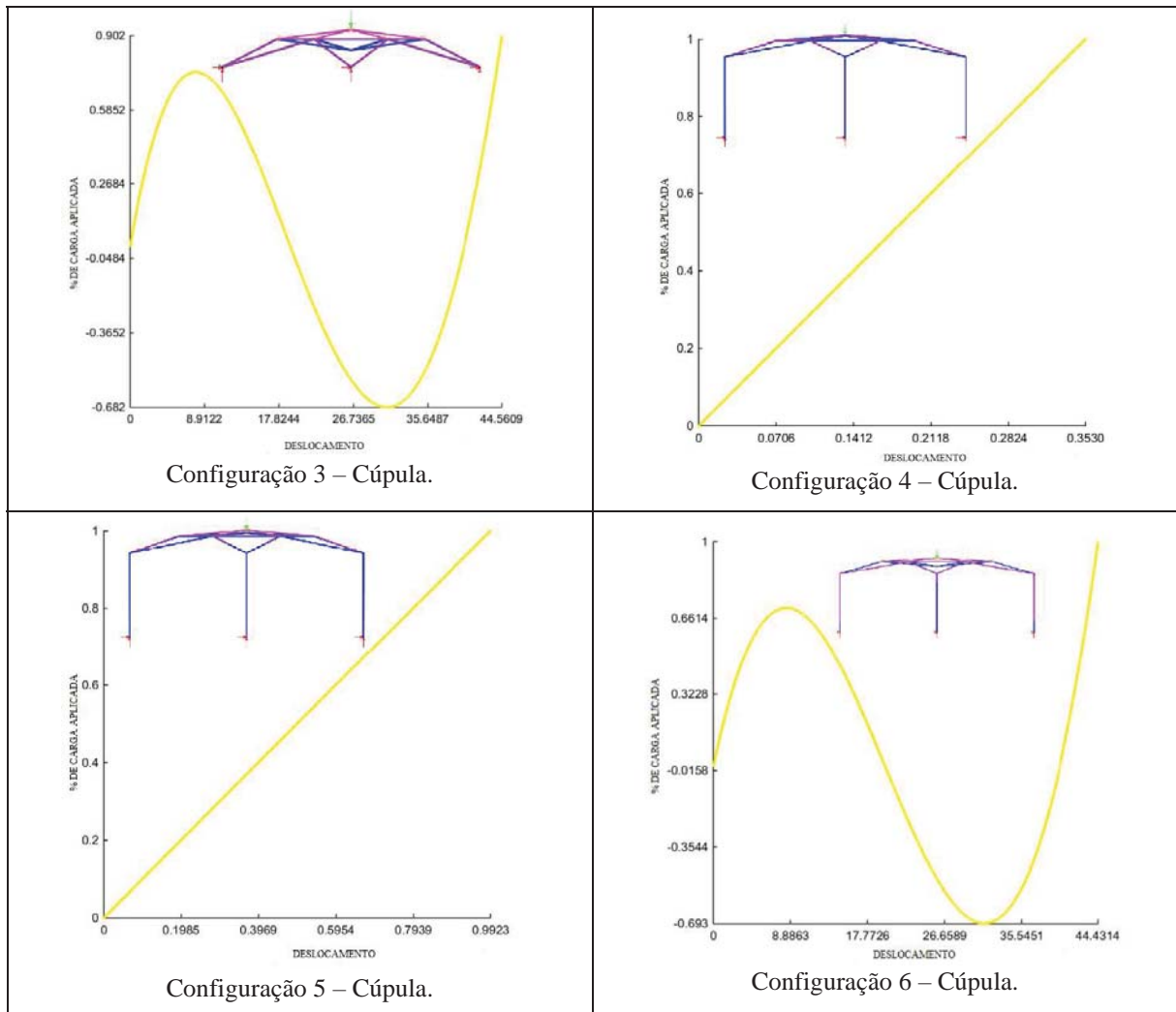
Nessa Figura 29, comparando com os gráficos e deformações da literatura, é observado que o fenômeno de *snap-through* ocorre na configuração 2 e na configuração 4 e que a carga limite da configuração 2 foi de 35% da carga aplicada, ou seja, 1225 N, que foi quando ocorreu a mudança de geometria e ocorreu o fenômeno. E na configuração 4 a carga limite foi de 43% da carga aplicada, ou seja 215 N.

Pode-se observar, através das análises das estruturas 1 e 2, que as configurações que tinham pilares são mais suscetíveis ao fenômeno de *snap-through*, pois a carga limite da estrutura onde estão presentes os pilares diminuem consideravelmente, comparando com as que não possuem.

Para as 6 configurações da cúpula, foram feitas análises não-lineares com incrementos de 1% da carga aplicada até atingir a carga máxima, e o resultado são os gráficos e a representação das estruturas deformadas mostrada abaixo na Figura 30.

Figura 30 – Gráficos Carga x Deslocamento e deformações da cúpula.





Fonte: Autor.

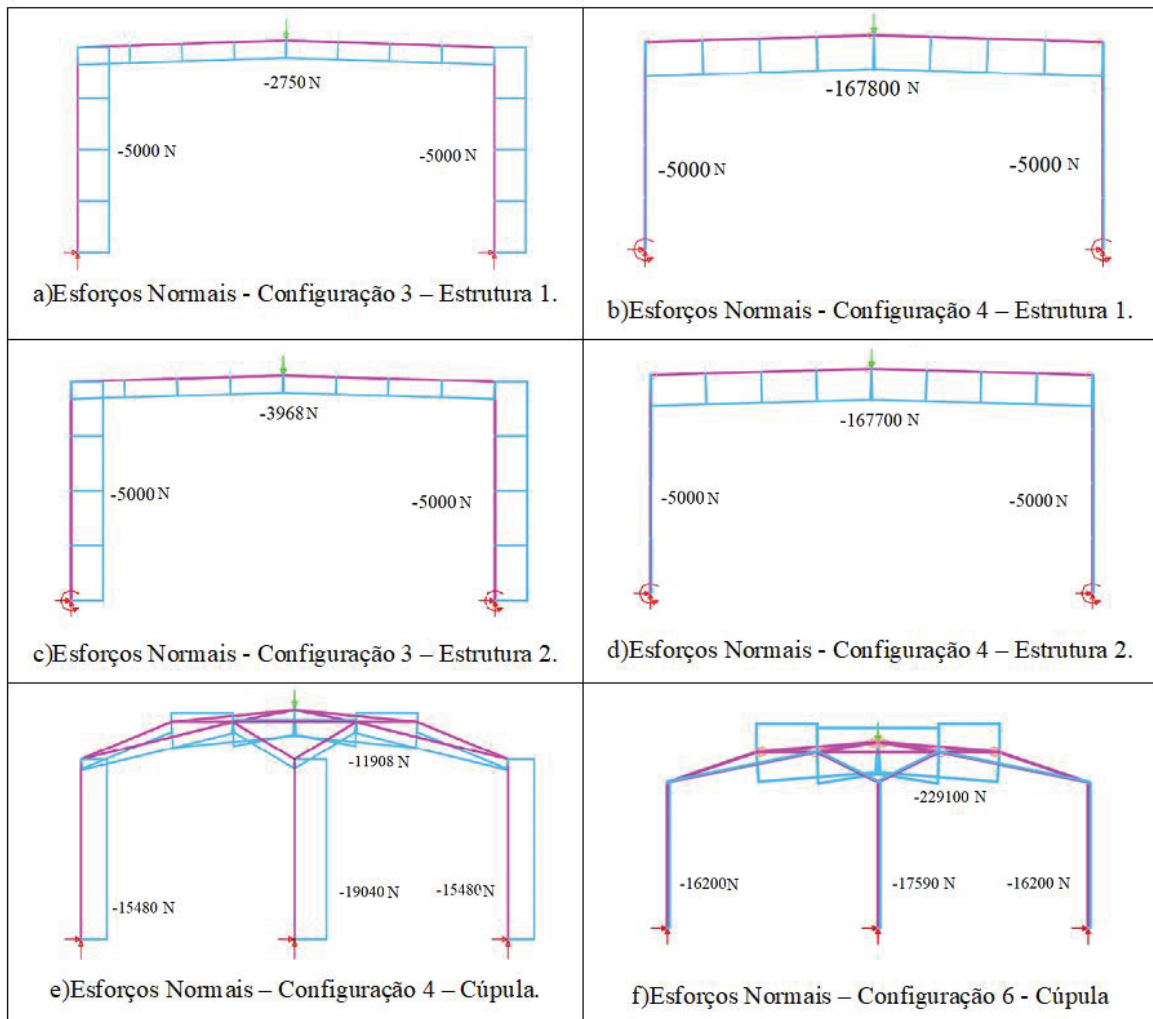
Nessa Figura 30 é observado que o fenômeno de *snap-through* ocorre na configuração 3 e na configuração 6, comparando com os gráficos e deformações da literatura, e que a carga limite da configuração 3 foi de 74,7% da carga aplicada, ou seja, 74700 N, que foi quando ocorreu a mudança de geometria e ocorreu o fenômeno. E na configuração 6 a carga limite foi de 70,7% da carga aplicada, ou seja 70700 N.

As cúpulas, diferentes das estruturas duas águas, não mudam consideravelmente a carga limite para o efeito de *snap-through* na presença de pilares nas extremidade da estrutura.

4.2 Diagrama de esforços

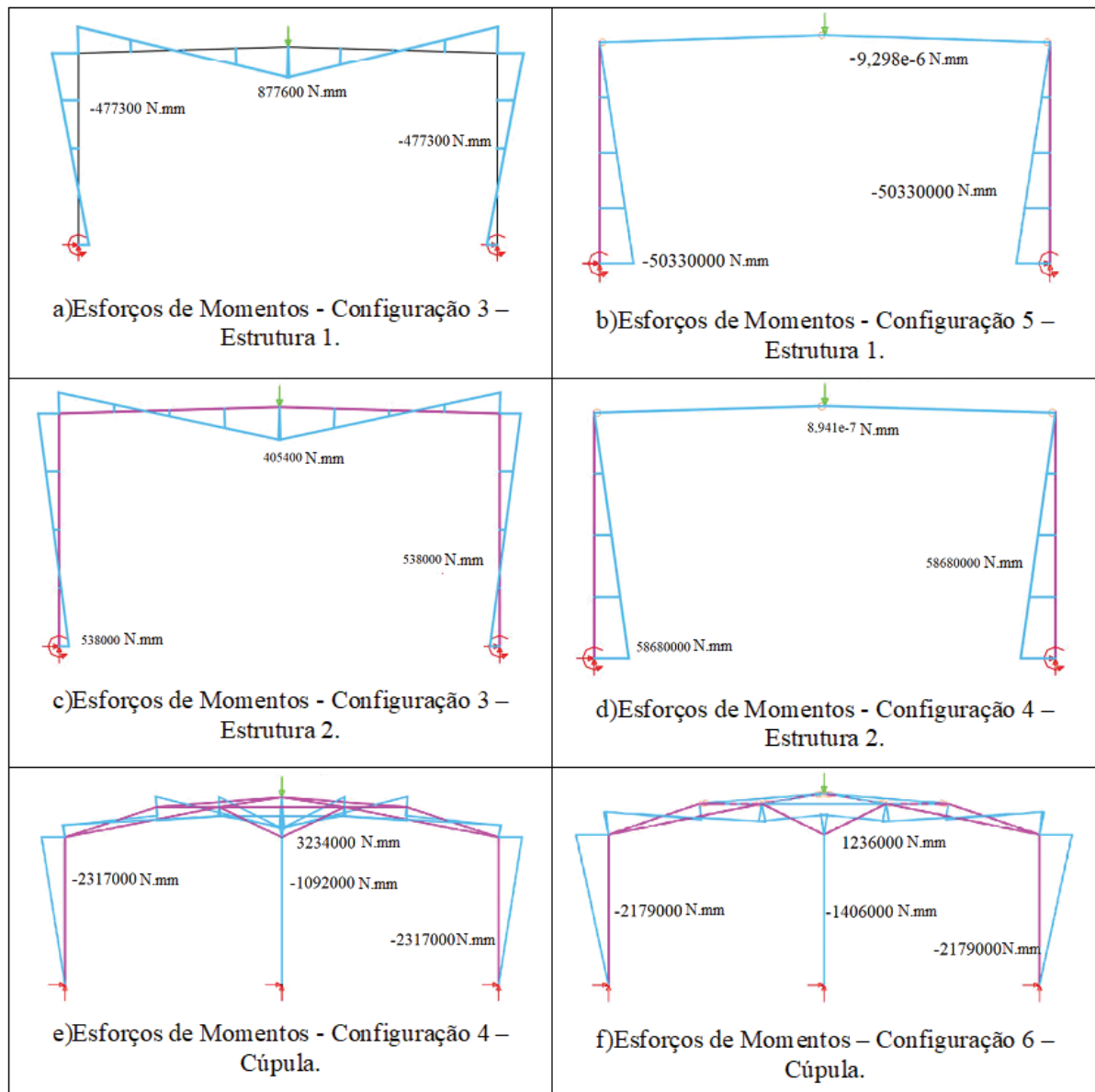
Após as análises-não lineares foi feita uma análise linear das configurações 3 e 5 da estrutura 1, das configurações 3 e 4 da estrutura 2 e das configurações 4 e 6 da cúpula, para ver quais são os esforços dominantes, na geometria inicial das configurações, quando ocorre o *snap-through* e quando não ocorre. Foram obtidos o diagrama de esforços normais e de momentos de cada uma das estruturas. Observam-se os diagramas de esforços normais na Figura 31 e os diagramas de momentos na Figura 32.

Figura 31 – Diagrama de esforços normais das estruturas



Fonte: Autor.

Figura 32 – Diagrama de momentos das estruturas.



Fonte: Autor.

Nas figuras anteriores pode-se observar que nas estruturas em que não ocorre o fenômeno de *snap-through* os momentos são os esforços dominantes em sua geometria inicial, enquanto nas estruturas que ocorreram o fenômeno, o esforço normal que é predominante na estrutura.

4.3 Cálculo do esforço resistente das barras por flambagem

Para a estrutura 1, configuração 4, os resultados dos cálculos foram apresentados na Tabela 5 a seguir.

Tabela 5: Cálculo do esforço resistente da seção da Estrutura 1.

$i = \sqrt{I/A}$ Raio de giração	$i = \sqrt{1690000/1400}$	$i = 34,74 \text{ mm}$
$\lambda_0 = 0,113 \times \frac{l}{i}$ Índice de esbeltez reduzido	$\lambda_0 = 0,0113 \times \frac{328,946}{34,74}$	$\lambda_0 = 0,106$
$\chi = 0,658^{\lambda_0^2}$ Fator de redução	$\chi = 0,658^{0,106^2}$	$\chi = 0,995$
$f_c = \chi f_y$ Tensão ultima	$f_c = 0,995 \times 250$	$f_c = 248,8 \text{ MPa}$
$N_{dres} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{al}}$ Esforço resistente	$N_{res} = \frac{1400 \times 248,8}{1,1}$	$N_{res} = 316662,5 \text{ kN}$

Fonte: Autor

Para a estrutura 2, configuração 4, os resultados dos cálculos foram apresentados na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6: Cálculo do esforço resistente da seção da Estrutura 2.

$i = \sqrt{I/A}$ Raio de giração	$i = \sqrt{1300000/601}$	$i = 14,7 \text{ mm}$
$\lambda_0 = 0,113 \times \frac{l}{i}$ Índice de esbeltez reduzido	$\lambda_0 = 0,0113 \times \frac{328,8984}{14,7}$	$\lambda_0 = 0,252$
$\chi = 0,658^{\lambda_0^2}$ Fator de redução	$\chi = 0,658^{0,252^2}$	$\chi = 0,973$
$f_c = \chi f_y$ Tensão ultima	$f_c = 0,973 \times 250$	$f_c = 243,41 \text{ MPa}$
$N_{dres} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{al}}$ Esforço resistente	$N_{res} = \frac{601 \times 243,41}{1,1}$	$N_{res} = 132991,7 \text{ kN}$

Fonte: Autor

Para a cúpula, configuração 6, os resultados dos cálculos foram apresentados na Tabela 7 a seguir.

Tabela 7: Cálculo do esforço resistente da seção da Cúpula.

$i = \sqrt{I/A}$ Raio de giração	$i = \sqrt{1690000/1440}$	$i = 34,25 \text{ mm}$
$\lambda_0 = 0,113 \times \frac{l}{i}$ Índice de esbeltez reduzido	$\lambda_0 = 0,0113 \times \frac{280,2231}{34,25}$	$\lambda_0 = 0,0924$
$\chi = 0,658^{\lambda_0^2}$ Fator de redução	$\chi = 0,658^{0,106^2}$	$\chi = 0,996$
$f_c = \chi f_y$ Tensão ultima	$f_c = 0,996 \times 250$	$f_c = 249 \text{ MPa}$
$N_{dres} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{al}}$ Esforço resistente	$N_{res} = \frac{1440 \times 249}{1,1}$	$N_{res} = 325963,63 \text{ kN}$

Fonte: Autor.

Verificou-se na Tabela 8 a seguir que dimensionar cada barra individualmente pelo seu esforço normal resistente vai contra a segurança em estruturas sujeitas ao *snap-through*, pois comparando o esforço resistente pela flambagem por flexão e as cargas limites do fenômeno, observa-se que as estruturas apresentam a instabilidade por *snap-through* antes de falharem por flambagem por flexão.

Tabela 8: Comparação dos esforços resistente e da carga limite do *snap-through*.

Estruturas	Esforço resistente	Carga limite do <i>snap-through</i>
Configuração 4 – Estrutura 1	316662,5 kN	315 N
Configuração 4 – Estrutura 2	132991,7 kN	215 N
Configuração 6 - Cúpula	325963,63 kN	71 kN

Fonte: Autor.

4.4 Análise da ação do vento sobre as estruturas 2D.

Observando a Tabela 5 da norma NBR 6123 que está no Anexo A, pode-se retirar os coeficientes de pressão externa baseado nas inclinações das estruturas 2D retiradas da literatura e com isso analisar se a estrutura tem uma sucção ou sobrepressão do vento sobre ela, e com isso pode-se observar qual ação do vento está acontecendo na estrutura. Para inclinações mais baixas, que é o caso das estruturas analisadas, os coeficientes de pressão externa são negativos, com isso sabe-se que as estruturas em questão estão sofrendo uma ação do vento de sucção, fazendo assim com que a estrutura não sofra a instabilidade por *snap-through* se depender só da ação do vento.

5 CONCLUSÕES

Fazendo a seleção das estruturas na literatura, e aplicando forças em seu vão para diferentes situações, e observa-se em quais configurações o efeito de *snap-through* pode vir a aparecer. Foi visto que o efeito ocorre, nas estruturas da literatura, quando as ligações dos elementos são ligações flexíveis, e para as estruturas duas águas com pilares a estrutura se torna mais suscetível ao efeito de flambagem por *snap-through*, o que não é verdade para

cúpula, que, sem ou com pilar, a força limite suportada antes do efeito ocorrer é bem parecida, verifica-se isso pela diferença de carga limite entre as estruturas duas águas com e sem pilares, onde quando a estrutura apresenta pilar a carga limite dela decai bastante, enquanto que nas cúpulas a diferença da carga limite para cúpula sem pilar e para a cúpula com pilar é pouca.

Observa-se que nos diagramas esforços das estruturas que não ocorrem o *snap-through* tem como esforços dominantes, na geometria inicial, os esforços de momentos, enquanto nas configurações que acontecem o fenômeno, são os esforços normais que predominam na geometria inicial da estrutura.

Depois de feita a análise foi realizado um cálculo para o esforço resistente de flambagem para peças comprimidas para saber se é seguro fazer o dimensionamento só pela flambagem da barra ou não, comparando os valores de esforço resistente e a carga limite de *snap through* é observado que a carga admissível é bem maior que a do *snap through*, portanto é contra a segurança dimensionar a barra só pela flambagem.

E observando as inclinações das estruturas 2D para retirada do coeficiente de pressão externa, observa-se que o coeficiente para as estruturas em questão é negativo, entende-se com isso que a ação do vento sob essas estruturas é de sucção, impossibilitando que a ação do vento faça com que a instabilidade por *snap-through* ocorra se depender somente dela, e que para a instabilidade ocorrer tem que ter esforços, independentes da pressão do vento, sob a estrutura.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, O. B; Cesar. **Dimensionamento de treliças metálicas usuais padronizadas com auxílio de uma ferramenta computacional e cálculos manuais**. 2013. Pg 86. Engenharia Civil – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade da Amazônia – Belém, 2013.
- DEUS, L. R. R. M. De; SILVA, J. L; SILVEIRA, R. A. M; LEMES, I. J. M. **Análise inelástica de segunda ordem de arcos metálicos com seção I**. ILACCME, Natal, 2019.
- DEUS, L.R.R.M De. **Análise inelástica de segunda ordem de arcos metálicos**. 2019. pg 117. Engenharia Civil - UFOP, Ouro Preto, 2019.
- VIERA, N. De. J. **Análise, dimensionamento e otimização de uma cúpula metálica**. 2010. pg 166. Engenharia Civil - UNL - Lisboa, 2010.
- FIDELIS, J. V. R. **Análise de resistência e instabilidade de cúpulas metálicas**. 2017. pg 127. Engenharia Civil - UniCEUB, Brasília, 2017.
- REIS, A; CAMOTIM, D. **Estabilidade e Dimensionamento de Estruturas**. 1 ed. Amadora: Edições Orion, São Paulo, 2012.
- SHON, S. D.; LEE, S. J.; LEE, K. G. **Characteristics of bifurcation and buckling load of space truss in consideration of initial imperfection and load mode**. *Journal of Zhejiang University: Science A*, 14(3), 206–218. <https://doi.org/10.1631/jzus.A1200114>, 2012.
- SANTOS, L.B. **Contribuições ao estudo das cúpulas metálicas**. 2005. pg 169. Engenharia de Estruturas - USP, 2005.






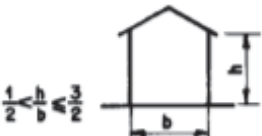
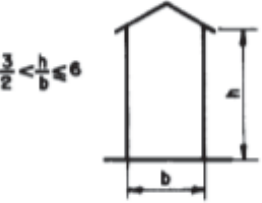
REZAIEE-PAJAND, M. **Automatic DR Structural Analysis of Snap-Through and Snap-Back Using Optimized Load Increments**. 2005. pg 8. Engenharia Estrutural - ASCE, 2011.

DESHPANDE, S. **Buckling and Post Buckling of Structural Componentes**. 2010. pg 65. Engenharia Mecânica - The University of Texas at Arlington, Texas, 2010.

PFEIL, W. **Estruturas de aço: dimensionamento prático de acordo com a NBR 8800:2008**. 8 ed. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda – LTC. Rio de Janeiro, 2009.

ANEXO A – Tabela 5 da NBR 6123

Tabela 5 - Coeficientes de pressão e de forma, externos, para telhados com duas águas, simétricos, em edificações de planta retangular

Altura relativa	θ	Valores de C_e para				c_{pe} médio			
		$\alpha = 90^\circ (A)$		$\alpha = 0^\circ$					
		EF	GH	EG	FH				
	0°	-0,8	-0,4	-0,8	-0,4	-2,0	-2,0	-2,0	--
	5°	-0,9	-0,4	-0,8	-0,4	-1,4	-1,2	-1,2	-1,0
	10°	-1,2	-0,4	-0,8	-0,6	-1,4	-1,4		-1,2
	15°	-1,0	-0,4	-0,8	-0,6	-1,4	-1,2		-1,2
	20°	-0,4	-0,4	-0,7	-0,6	-1,0			-1,2
	30°	0	-0,4	-0,7	-0,6	-0,8			-1,1
	45°	+0,3	-0,5	-0,7	-0,6				-1,1
	60°	+0,7	-0,6	-0,7	-0,6				-1,1
	0°	-0,8	-0,6	-1,0	-0,6	-2,0	-2,0	-2,0	--
	5°	-0,9	-0,6	-0,9	-0,6	-2,0	-2,0	-1,5	-1,0
	10°	-1,1	-0,6	-0,8	-0,6	-2,0	-2,0	-1,5	-1,2
	15°	-1,0	-0,6	-0,8	-0,6	-1,8	-1,5	-1,5	-1,2
	20°	-0,7	-0,5	-0,8	-0,6	-1,5	-1,5	-1,5	-1,0
	30°	-0,2	-0,5	-0,8	-0,8	-1,0			-1,0
	45°	+0,2	-0,5	-0,8	-0,8				
	60°	+0,6	-0,5	-0,8	-0,8				
	0°	-0,8	-0,6	-0,9	-0,7	-2,0	-2,0	-2,0	--
	5°	-0,8	-0,6	-0,8	-0,8	-2,0	-2,0	-1,5	-1,0
	10°	-0,8	-0,6	-0,8	-0,8	-2,0	-2,0	-1,5	-1,2
	15°	-0,8	-0,6	-0,8	-0,8	-1,8	-1,8	-1,5	-1,2
	20°	-0,8	-0,6	-0,8	-0,8	-1,5	-1,5	-1,5	-1,2
	30°	-1,0	-0,5	-0,8	-0,7	-1,5			
	40°	-0,2	-0,5	-0,8	-0,7	-1,0			
	50°	+0,2	-0,5	-0,8	-0,7				
	60°	+0,5	-0,5	-0,8	-0,7				