

**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO – Engenharia Mecânica  
Disciplina MEC041 - Trabalho Final de Graduação II**

---

**ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE OTIMIZAÇÃO  
TOPOLÓGICA UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS**

**Autor 1 – Tairone Pedrotti**  
135107@upf.br

**Autor 2 – Prof. Dr. Carlos Edmundo de Abreu e Lima Ipar**  
Ipar@upf.br

**Comissão Examinadora – Prof. Dr. Agenor Dias de Meira Junior, Prof. Dr. Gustavo Prates Mezzomo.**

## **RESUMO**

Na busca de um melhor desempenho e custo-benefício de componentes estruturais mecânicos, busca-se aliar o atendimento de sua funcionalidade à redução de custos. Para isso, se faz uso de ferramentas computacionais que têm a capacidade de simular e possibilitar a análise do comportamento dessas estruturas, visando a obtenção de uma estrutura ótima que atenda aos requisitos do projeto. O presente trabalho consiste na análise estática de um componente estrutural mecânico, através do *software* de Elementos Finitos ANSYS buscando a obtenção do comportamento estrutural e solicitações de tensão da estrutura, bem como a otimização topológica do componente com o auxílio da ferramenta *Topology Optimization*. Com uma nova geometria otimizada gerada, foram feitos testes experimentais com o uso de *strain gauges* nas duas geometrias de estudo. A partir da obtenção dos resultados experimentais, foi possível validar o modelo de elementos finitos utilizado, correlacionando os resultados obtidos através das análises numéricas e experimentais e comprovou-se que o método de Otimização Topológica gerou resultados satisfatórios e os objetivos foram atingidos.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos. Otimização Topológica. Análise Linear. Ensaio Experimental.

## **1 INTRODUÇÃO**

O mercado está cada vez mais competitivo, não bastando apenas que um produto desempenhe sua função, como também busca-se um maior custo-benefício, devido a necessidade de um menor valor em comparação a concorrência, ou até mesmo na obtenção de maiores lucros. Na maioria dos casos, este custo está relacionado ao material utilizado e a quantidade necessária do mesmo, assim procura-se a melhor configuração para o produto tendo em vista o atendimento de sua funcionalidade, juntamente com um menor volume de material possível.

Para que este objetivo seja atingido, o engenheiro deve fazer uso de ferramentas experimentais, analíticas e numéricas, que se baseiam em métodos científicos bem

estabelecidos, visando a análise da estrutura, sua otimização e validação. Entre essas ferramentas numéricas, destaca-se o uso do Método de Otimização Topológica.

A Otimização Topológica é um método computacional que tem como objetivo encontrar um projeto com o melhor desempenho e que satisfaça ao mesmo tempo as restrições impostas. Este método é capaz de sintetizar estruturas e componentes mecânicos, através da distribuição de material na região espacial dos mesmos, para isso, fazendo uso do Método dos Elementos Finitos. Assim, a estrutura é discretizada em elementos finitos, permitindo que se possa analisar seu comportamento mecânico, para que em seguida, a melhor distribuição de material seja feita (STUMP, 2006).

Este trabalho se propôs avaliar, de forma comparativa, os resultados obtidos através de análises numéricas (MEF) com os dados encontrados em testes experimentais, dos componentes mecânicos original e otimizado, sendo possível validar o método de otimização.

## **1.1 Objetivos geral e específicos**

Este trabalho tem como objetivo geral desenvolver uma análise teórico-experimental de otimização topológica de componentes mecânicos com auxílio de ferramenta computacional, buscando atender às suas solicitações estruturais a partir de sua redução volumétrica.

Como objetivos específicos têm-se:

- Compreender o conceito de Otimização Topológica;
- Projetar e realizar simulações numéricas dos componentes analisados;
- Aplicar o método de Otimização Topológica no componente de interesse;
- Analisar comparativamente os dados obtidos numérica e experimentalmente;

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo descreve-se a fundamentação teórica dos aspectos importantes para a realização do trabalho, sobretudo referente ao estudo numérico-experimental do conceito de otimização topológica com o auxílio do *software* de Elementos Finitos ANSYS.

### **2.1 Método dos Elementos Finitos (MEF)**

Rotineiramente engenheiros e projetistas são desafiados a resolver problemas de todos os tipos, desde os mais simples até os mais complexos. É dever do profissional, principalmente na área de cálculo estrutural garantir o sucesso da análise, bem como a prevenção de possíveis falhas no projeto, utilizando todo o aparato matemático, teórico e prático necessário (FILHO, 2013).

Para o engenheiro obter sucesso no desenvolvimento do cálculo estrutural, ele precisa ter conhecimento de tudo o que envolve a análise, ou seja, da parte matemática (equações diferenciais), teórica (resistência dos materiais, teoria da elasticidade, etc) e também do fenômeno físico que compreende o comportamento da estrutura. De forma geral, as soluções exatas para os problemas mais simples podem ser obtidas pelo modo analítico clássico, porém, a maioria dos casos necessitam de métodos mais sofisticados.

É aí onde entra o Método dos Elementos Finitos, ou MEF, que gera resultados aproximados de tensões, deslocamentos e deformações das estruturas, permitindo uma aplicação muito mais ampla e gerando resultados satisfatórios no âmbito da engenharia (FILHO, 2013).

O conceito do Método, tem por objetivo a determinação de tensões e deformações de uma estrutura seja ela qual for, que está sujeita a carregamentos externos. O método permite que sejam feitas diversas análises e modificações na geometria da estrutura durante o projeto, permitindo uma solução satisfatória entre o âmbito econômico e funcional.

Dentre a resolução dos problemas estruturais, alguns fatores precisam ser levados em conta na hora da escolha do tipo de análise a ser feita, referente a modelos de geometria, tipo de material e condições de contorno (restrições, carregamentos, etc). Diante de tais escolhas, o modelo dependerá do tipo de simplificações que serão feitas a cada problema, que serão apresentados na sequência (AZEVEDO, 2003).

### 2.1.1 Tipos de elementos

Existem basicamente 3 tipos de elementos em uma análise de Elementos Finitos: elemento de viga, casca e sólido.

O elemento de viga é caracterizado por possuir duas dimensões transversais muito menores do que seu comprimento, semelhante a uma barra, como apresentado na Figura 1.

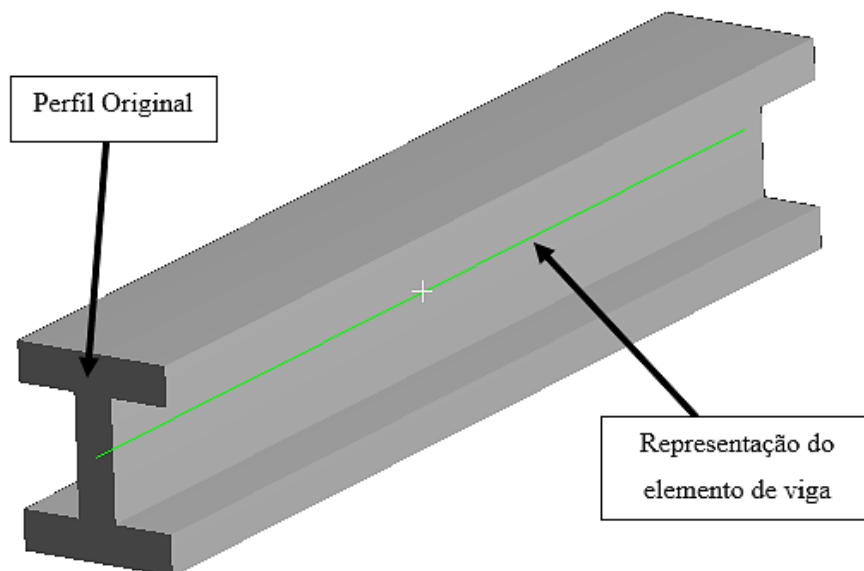
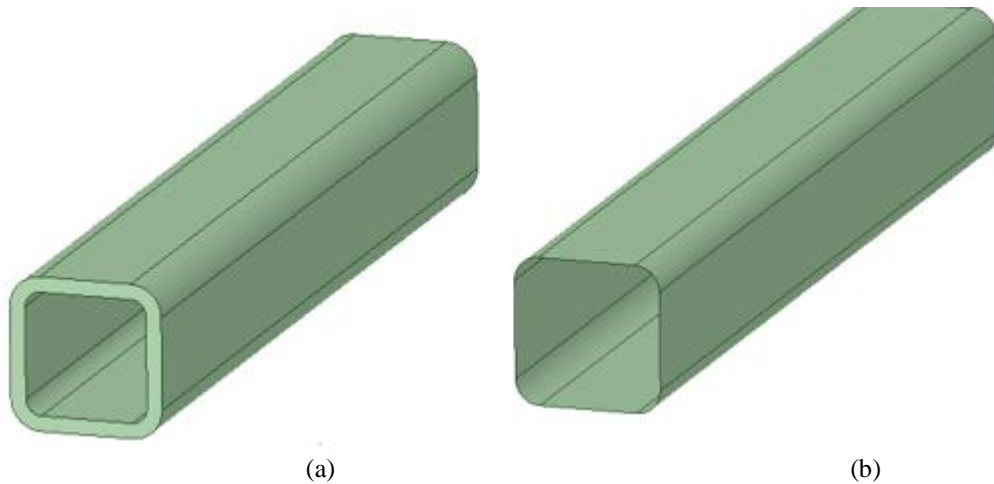


Figura 1 – Elemento de Viga  
Fonte: O Autor

Quando a espessura de uma estrutura ou componente é muito inferior as outras dimensões, uma superfície média poderá ser criada em função de sua geometria, podendo ser considerado assim o elemento de casca, como pode-se observar no exemplo da Figura 2, onde em (a) apresenta-se a geometria original e em (b) a geometria simplificada.



(a) Figura 2 – Elemento de Casca  
Fonte: O Autor

(b)

Quando uma geometria é tão complexa que não se pode considerar tais simplificações, o elemento sólido é adotado, como apresentado na Figura 3 a seguir:

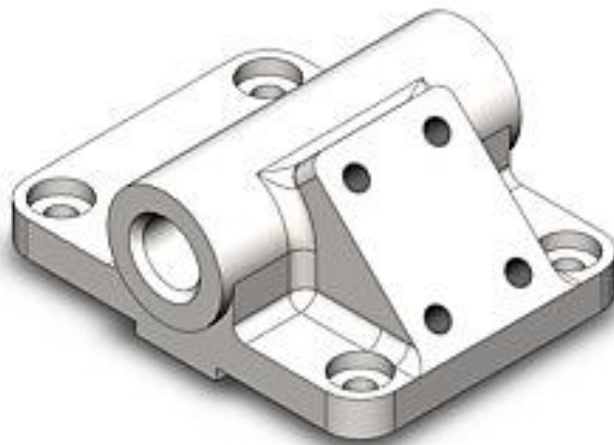


Figura 3 – Elemento Sólido  
Fonte: O Autor

### 2.1.2 Fundamentos do Método dos Elementos Finitos

Uma estrutura complexa pode ser subdividida em elementos menores, sendo que a partir do entendimento do comportamento desses elementos, é possível compreender o comportamento geral da estrutura (FILHO, 2013).

Um sistema contínuo é denominado por uma estrutura com infinitos elementos. O MEF permite discretizar esse sistema em pontos finitos, dividindo-os em partes menores e conectando-os por nós. Essa divisão produz inúmeras equações algébricas, que por sua vez são organizadas através de matrizes de rigidez com o auxílio de computadores, que as resolvem levando em consideração a condição de equilíbrio dos elementos.

A partir do cálculo dos deslocamentos nodais, o MEF determina a deformação geral da estrutura, considerando as forças e os deslocamentos presentes em cada elemento os relacionando com suas rigidezes. Sendo assim, a rigidez geral da estrutura está correlacionada com a rigidez de cada elemento (FILHO, 2013).

Algumas leis da mecânica estrutural são levadas em consideração pelo modelo matemático de discretização do MEF, sendo elas:

- **Equilíbrio de forças:** as equações analíticas de equilíbrio da literatura podem ser aplicadas a cada elemento separado da estrutura na determinação do equilíbrio geral da mesma.
- **Deslocamentos interligados:** os elementos são conectados pelo nós, portanto em condições de deformação, eles permanecem conectados.
- **Lei comportamental do material:** com as deformações, forças internas surgem proporcionalmente a essas deformações. Essa relação é conhecida como Lei de Hooke.

Os inúmeros componentes de deslocamento e rigidez são expressos através de uma relação matricial geral através da Equação 1:

$$\{F\} = [K] \cdot \{U\} \quad (1)$$

Onde  $\{F\}$  é matriz coluna dos carregamentos nodais,  $[K]$  é a matriz de rigidez da estrutura, e  $\{U\}$  é a matriz coluna dos deslocamentos nodais.

## 2.2 Otimização topológica

O princípio da otimização topológica consiste em realizar a melhor distribuição de material dentro da estrutura de um projeto. Essa distribuição considera as alterações no comportamento mecânico da estrutura como deformações, frequências naturais, tensões, entre outros, levando em conta sua rigidez (COUTINHO, 2006).

Um problema de otimização topológica se baseia em dois princípios teóricos: o domínio fixo estendido e modelo de material.

O domínio fixo estendido nada mais é do que o elemento no qual o algoritmo pode fazer as modificações na geometria. Leva em consideração as condições de contorno e carregamentos envolvidos (MORISHITA, 2015). Este domínio é discretizado por uma malha de elementos finitos, esta não se alterando durante o processo de otimização. A otimização então, consiste em determinar os pontos da estrutura que possuíam ou não material, sendo assim, as densidades são parametrizadas, de modo que sua distribuição em cada ponto do domínio varie entre 0 e 1, para ausência ou presença de material, respectivamente. Um exemplo desse princípio é o método SIMP (*Simple Isotropic Material with Penalization*) (SIMONETTI, 2009).

O modelo material é a função que define a “mistura” dos materiais dentro do domínio dos elementos finitos. O material dependerá do projeto, porém independente de qual for, ele representará a condição de sólido. O outro componente dessa mistura é o chamado “vazio”, como a condição zero do material (MORISHITA, 2015).

Após esta definição, uma equação define qual dos materiais será utilizado em cada ponto  $x$  do domínio, como apresentada pela Equação 2:

$$C_{(x)} = X_{(x)} C_0 \quad (2)$$

Onde  $C_0$  representa a propriedade básica do material, podendo ser o módulo de elasticidade ou sua densidade.  $X_{(x)}$  é a função que define a presença de material, com valores entre 0 e 1.

Existindo a possibilidade de o problema não ter solução, o método de densidades realiza uma relaxação, substituindo a função  $X(x)$  por  $\gamma(x)$ , causando estágios intermediários de material que não possuem sentido físico.

Na busca de diminuir esses efeitos, uma adaptação é feita, fazendo com que os valores de densidade se aproximem de 0 ou 1, chamada penalização  $p$ , e definida pela Equação 3:

$$C_{(x)} = \gamma_{(x)}^p C_0 \quad (3)$$

### 2.2.1 Método de otimização topológica SIMP

Este método se baseia na existência de um material fictício, podendo adotar um comportamento intermediário entre um material sólido ou vazio. Para a formulação do problema, uma técnica chamada de relaxação é aplicada, que se caracteriza pela adição de microestruturas porosas, definidas por sua densidade relativa (COUTINHO, 2006). O método é definido através da Equação 4:

$$E_{(\rho)} = \rho^n E^0 \quad (4)$$

$n$  é o número denominado de coeficiente de penalização, valor devendo ser maior que 1 (um).  $\rho$  é a densidade relativa do material,  $E^0$  o módulo de elasticidade.

No método SIMP, a microestrutura é desconhecida, daí vem o uso da consideração de um material artificial, porém sua rigidez é conhecida. O critério de restrição de tensão adotado pelo método SIMP é o critério de Von-Mises, fazendo assim a relação entre densidade e rigidez, onde as propriedades isotrópicas de rigidez são consideradas no modelo de tensão (SIMONETTI, 2009). Essa restrição de tensão é descrita pela Equação 5:

$$\sigma \leq \rho^n \sigma_1 \text{ se } \rho > 0 \quad (5)$$

## 2.3 Problemas numéricos da otimização topológica

Com a descoberta do método, alguns estudos também encontraram alguns erros e problemas ligados ao mesmo, entre eles: tabuleiro de xadrez, dependência da malha e mínimos locais, que serão brevemente abordados a seguir.

### 2.3.1 Tabuleiro de xadrez

Esse problema é caracterizado pelo conjunto de áreas onde contenham vazios (parte sem material) e sólidos (com a presença de material), que alternam entre si, formando uma semelhança com um tabuleiro de xadrez, como pode-se observar na Figura 4.

A explicação mais aceita é de que o fenômeno ocorre devido às aproximações numéricas do Método dos Elementos Finitos, sendo que uma técnica para eliminação foi sugerida, baseando-se na formulação dos elementos. Elementos com formulações bi-lineares, como os elementos quadriláteros de quatro nós, poderiam simular mais precisamente os deslocamentos presentes, reduzindo assim a ocorrência desse problema (SIMONETTI, 2009).

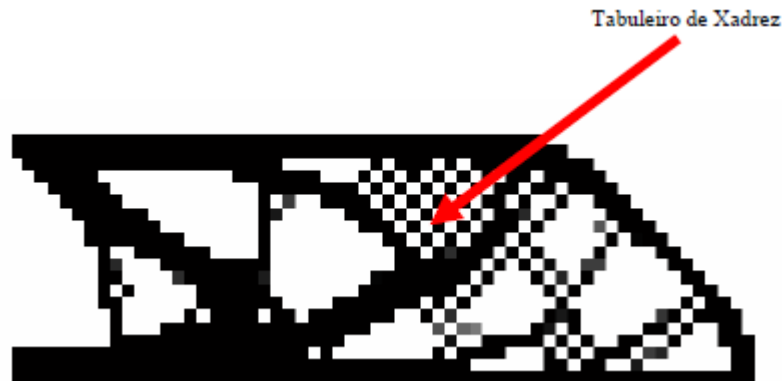


Figura 4 – Tabuleiro de Xadrez  
Fonte: (SIMONETTI, 2009)

### 2.3.2 Dependência da malha

Este problema resulta em diferentes resultados de geometria, e surge da discretização do domínio. Isso se deve ao fato de que a cada solução mais refinada (malha) diferentes resultados são obtidos.

Se tratando de otimização, seria esperado que quanto mais a malha fosse refinada, resultados melhores seriam apresentados. Porém, como a geometria tende a se alterar com o aumento da discretização, o aumento de “buracos” na geometria é proporcional, como pode-se visualizar na Figura 5, onde em (a) apresenta uma malha com 3.840 elementos, e em (b) uma malha com 19.200 elementos (SIMONETTI, 2009).



Figura 5 - Dependência da malha na otimização topológica  
Fonte: (SIMONETTI, 2009)

### 2.3.3 Mínimos locais

Se deve à relação entre as diferentes soluções para o mesmo problema e os diferentes parâmetros de algoritmo, como o número de elementos na malha e geometria inicial por exemplo.

Ele ocorre porque em sua maioria, as convergências dos algoritmos se dão de forma convexa, e as funções envolvidas na otimização topológica são, em sua maioria, não-convexas. As técnicas que controlam o aparecimento do tabuleiro de xadrez e dependência de malha, tornam o problema convexo, assim se, não alterados os parâmetros, a topologia final poderá ser reproduzida (SIMONETTI, 2009).

## 2.4 Fundamentos de extensometria

Os extensômetros elétricos (*strain gauges*) são dispositivos que conseguem transformar medidas de deformações, em variações elétricas. Seu uso possibilita uma valiosa maneira de medir tensões, através de ensaios não destrutivos, e tem se tornado cada vez mais difundidos devido a sua precisão e facilidade de medição (VOELZ, 2019).

O estudo da extensometria teve início por Robert Hooke, através da sua teoria de tensão e deformação. Algum tempo depois em 1856, o cientista William Thomson, conhecido como Lord Kelvin, realizou experimentos e verificou que a resistência elétrica que percorria condutores metálicos, era uma função da constante de resistividade elétrica do material e das variáveis de comprimento e seção transversal, que é definida pela Equação 6 (FIALHO, 2013):

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (6)$$

Onde, R é a resistência elétrica do condutor em Ohms ( $\Omega$ ),  $\rho$  é a resistividade do condutor ( $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ), L é o comprimento do condutor (m), A é a seção transversal do condutor ( $\text{mm}^2$ ).

Quando um *strain gauge* é tracionado, sua resistência elétrica aumenta, já quando contraído o efeito contrário ocorre. Essa deformação pode ser determinada através da Equação 7:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R \cdot k} \quad (7)$$

Onde,  $\varepsilon$  é a deformação a ser medida,  $\Delta R$  é a variação de resistência do *strain gauge* devido a deformação, k é o fator de sensibilidade do *strain gauge*. Este valor é conhecido como *gage factor*, é determinado pelo fabricante e está identificado na embalagem.

Pode-se visualizar na Figura 6 os principais componentes do extensômetro elétrico.

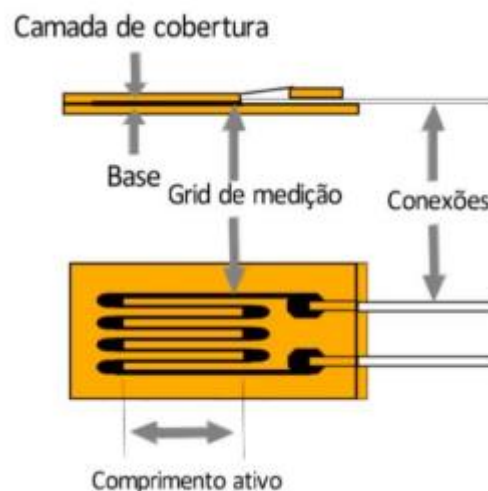


Figura 6 - Componentes do extensômetro  
Fonte: (VOELZ, 2019)



## 2.5 Tipos de extensômetros elétricos

Os extensômetros elétricos são classificados da seguinte maneira (VOELZ, 2019):

- De acordo com o material resistivo: fio, lâmina, semicondutor e semicondutor por difusão;
- De acordo com o material de base: papel, baquelita, poliéster, poliamida, etc;
- De acordo com a configuração da grade: uniaxial, multiaxial e modelos específicos.

### 2.5.1 Extensômetro de lâmina

É semelhante ao de fio, porém, a principal diferença está no uso de uma fina lâmina de liga resistiva, em torno de 3 a 10  $\mu\text{m}$ . Este tipo de extensômetro é mais utilizado do que o de fio devido a algumas vantagens. Dentre elas, destaca-se uma diminuição da tensão no adesivo, obtendo uma deformação mais lenta e com menor histerese. Outra vantagem está na dissipação térmica, permitindo o uso de circuitos mais sensíveis (JUNIOR, 2009).

### 2.5.2 Configuração da grade

Como mencionado por (EXCEL, 2013) o objetivo do extensômetro é medir as deformações que ocorrem em seu eixo principal, ou seja, em seu sentido longitudinal. Sendo assim, o sentido da deformação deve ser identificado previamente.

Portanto, quando há o conhecimento do sentido das deformações no objeto de estudo e este sentido se dá em apenas uma direção, indica-se o uso do extensômetro axial único, como mostrado na Figura 7.

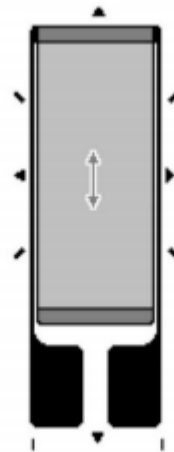


Figura 7 - Extensômetro axial único  
Fonte: (VOELZ, 2019)

Quando existem duas direções de deformação e tensão, um tipo de extensômetro conhecido como roseta, é indicado. Se ambas as direções são conhecidas, então é usado um extensômetro axial múltiplo. A medição é feita a partir da colagem de dois extensômetros em uma mesma base, posicionados a 90°. Assim, podendo determinar as deformações principal e secundária de uma peça, como pode ser visualizado na Figura 8 (VOELZ, 2019).

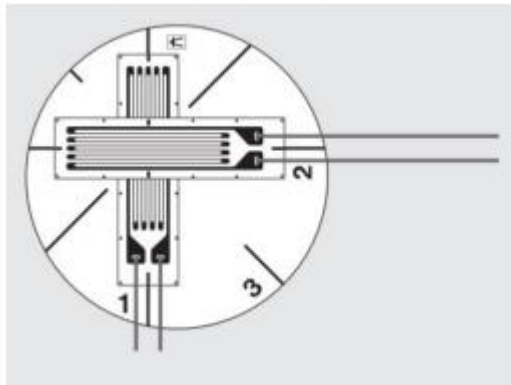


Figura 8 - Extensômetro axial múltiplo  
Fonte: (VOELZ, 2019)

## 2.6 Ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone é um circuito usado para transformar a variação de resistência elétrica dos extensômetros em variação de diferença de potencial (JUNIOR e SEGUNDO), muito usado na extensometria. Ela permite eliminar a influência da temperatura no extensômetro, o que pode interferir no resultado da medição (VOELZ, 2019).

Esse circuito pode ser montado de algumas maneiras, como em um quarto de ponte, meia ponte, três quartos de ponte e ponte completa (apresentado na Figura 9), dependendo da aplicação e número de extensômetros.

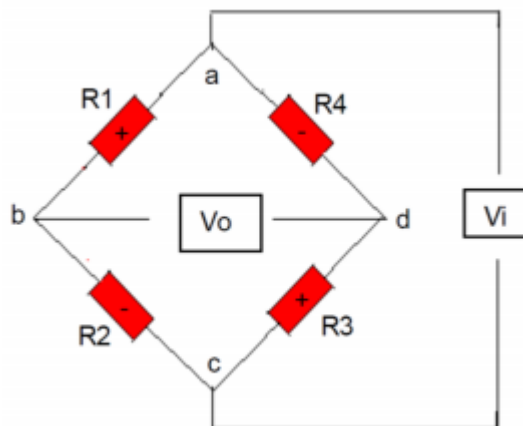


Figura 9 - Esquema da ponte de Wheatstone  
Fonte: (VOELZ, 2019)

Quando aplicada uma tensão de entrada  $V_i$  no circuito, obtêm-se uma tensão de saída  $V_o$ , de acordo com a Equação 8:

$$V_0 = V_i \left[ \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} - \frac{R_3}{(R_3 + R_4)} \right] \quad (8)$$

Onde  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  são as resistências da ponte de Wheatstone.

## 2.7 Sistema de medição

Basicamente o sistema é formado por 4 etapas:

- **Etapa 1:** Conversão da deformação mecânica em variação da resistência elétrica, dada pelos extensômetros;
- **Etapa 2:** circuito de medição (ponte de Wheatstone), este sendo alimentado por uma corrente elétrica através de uma fonte de energia;
- **Etapa 3:** quando a estrutura se deforma, poderá ocorrer uma modificação da resistência do extensômetro, portanto se faz necessária a inclusão de um amplificador, que tem a finalidade de aumentar a tensão de saída da ponte para que um instrumento de leitura seja capaz de fazer a aquisição dos dados;
- **Etapa 4:** sistema computacional, que converte o sinal de saída do amplificador, fazendo com que a leitura dos dados possa ser feita, através de um equipamento digital.

Uma descrição do sistema é apresentada na Figura 10:

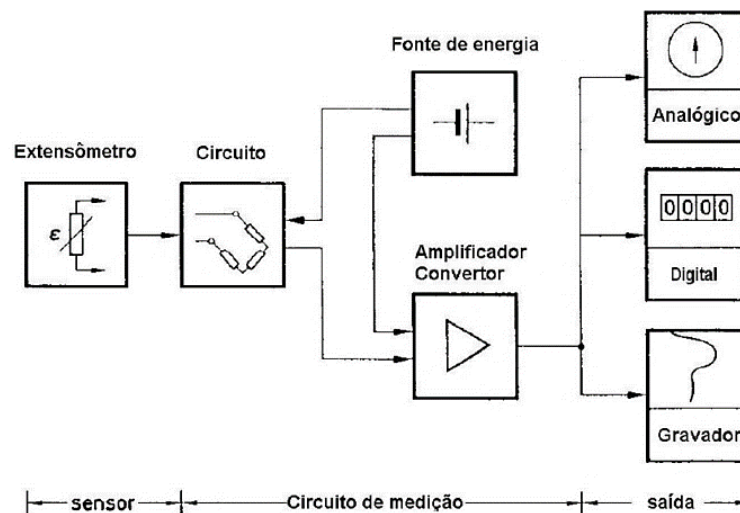


Figura 10 - Esquema de um sistema de medição  
Fonte: (VOELZ, 2019)

O estudo da revisão bibliográfica proporcionou grande aprendizado, conhecimento e entendimento do assunto, e a partir disso, foi possível criar o embasamento necessário para o desenvolvimento do trabalho.

## 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentadas as etapas e detalhamento referentes ao estudo numérico bem como experimental do trabalho, que compreendem o processo de preparação e montagem das geometrias de estudo e componentes de fixação, assim como o processo de preparação e aquisição dos dados experimentais. Na Figura 11 é apresentado o fluxograma de metodologia abordado no trabalho.

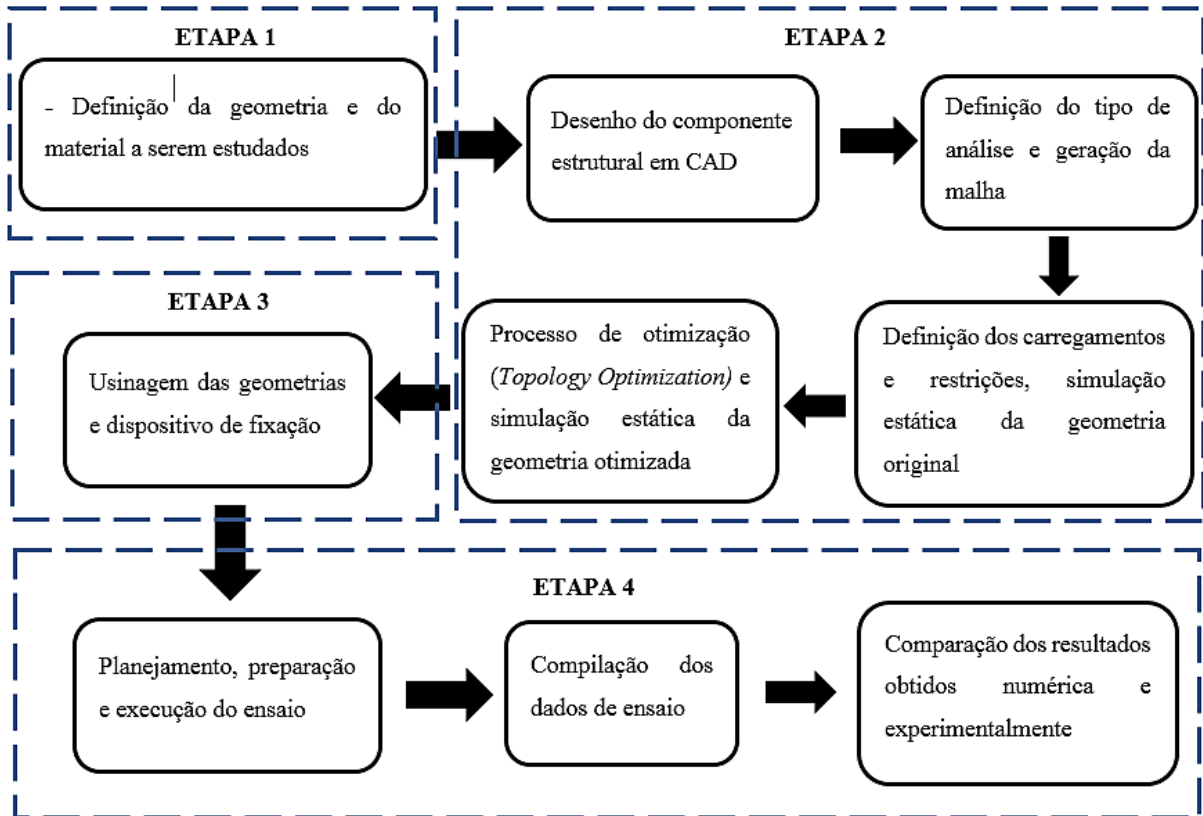


Figura 11 - Fluxograma de desenvolvimento

Fonte: O Autor

### 3.1 Etapa 1: projeto do experimento

O desenvolvimento do projeto começa pela definição da geometria de domínio. Como um dos objetivos mais importantes do trabalho é entender o conceito do processo de otimização estrutural, a escolha da geometria se deu em função da adaptação de um exemplo didático estudado por alguns autores, não tendo o objetivo de selecionar uma aplicação em particular.

Basicamente o componente selecionado consiste em um suporte, que é fixado por dois parafusos, enquanto um terceiro parafuso recebe uma carga qualquer. A Figura 12 mostra uma representação tridimensional em *software* CAD do componente escolhido para este estudo:

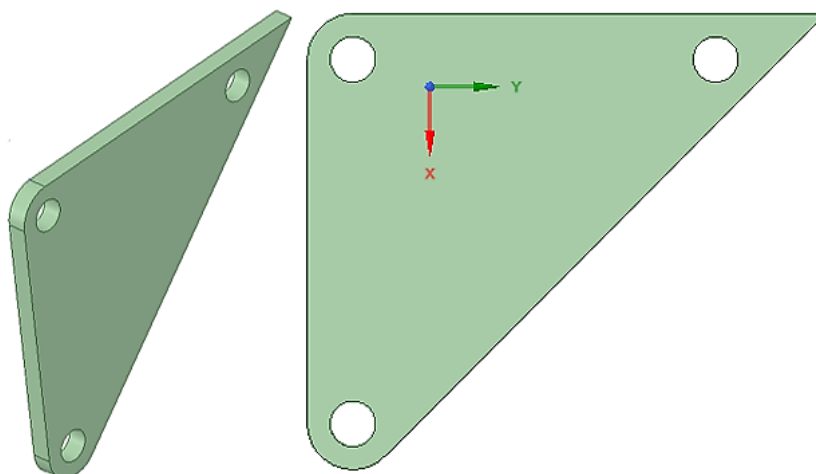


Figura 12 - geometria de estudo  
Fonte: O Autor

### 3.1.1 Dispositivo de fixação

Para os posteriores estudos numéricos e experimentais, foi imprescindível a elaboração de um dispositivo para a fixação da geometria domínio na máquina de ensaio.

Destaca-se que este dispositivo não é um objeto de análise, servindo apenas como um instrumento auxiliar no ensaio experimental.

Pode-se visualizar a geometria do dispositivo na cor cinza na Figura 13, onde duas chapas em sentido vertical serão soldadas em uma chapa de base horizontal. A geometria domínio será conectada ao dispositivo por dois parafusos M10x1,5 Classe 5,8. Já a chapa representada na cor vermelha será soldada na geometria de domínio, tendo a função de servir como local de aplicação de carga.

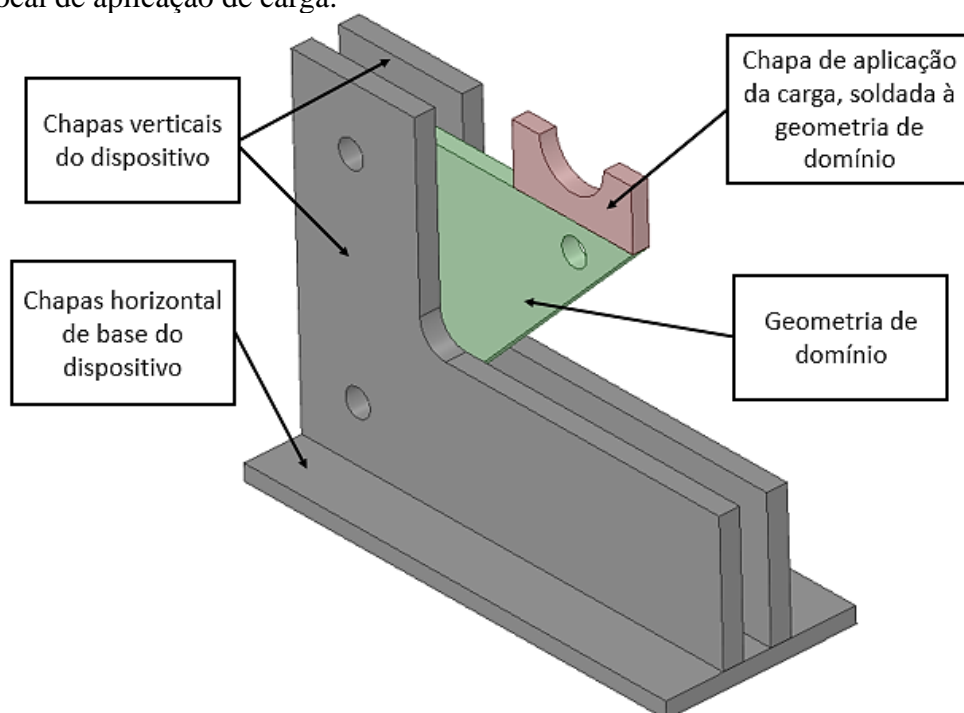


Figura 13 – Dispositivo de fixação e geometria de estudo  
Fonte: O Autor

Os parafusos e as espessuras das chapas foram definidos seguindo o critério de projeto que busca prevenir a falha por escoamento dos componentes, com o auxílio da simulação numérica, a partir dos valores de tensão obtidos. As espessuras são apresentadas na Tabela 1:

Peça	Espessura (mm)
Geometria de domínio	6
Chapas de fixação	7,5
Chapa de base	6
Chapa de aplicação da carga	6

Tabela 1 – Espessuras

O material definido para o estudo tanto da geometria domínio quanto do dispositivo, foi o aço estrutural ASTM A36. Suas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 2:

Propriedades do aço ASTM A36	
Limite de escoamento	250 MPa
Resistência à tração	400 MPa
Módulo de elasticidade	200 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3

Tabela 2 – Propriedades ASTM A36

Fonte: O Autor: Adaptado da Norma ASTM A36

### 3.2 Etapa 2: Preparação e execução das simulações

Nesta seção serão detalhadas as etapas para a realização do estudo numérico.

#### 3.2.1 Desenho dos componentes em CAD

Com a utilização do *software Ansys Space Claim* modelou-se a geometria CAD do componente de domínio, e do dispositivo de fixação, ambos considerando o elemento sólido em seus modelos.

#### 3.2.2 Tipo de análise e geração da malha de Elementos Finitos (análise 1)

Aços apresentam características de cunho linear quando submetidos a carregamentos dentro de seu limite de escoamento. Como os carregamentos atuantes não variam no tempo, considerou-se para o estudo a análise estática linear.

Em seguida, iniciou-se a discretização do modelo com o auxílio do *software Ansys 19.0*, na criação da malha de elementos finitos da geometria domínio e do dispositivo de fixação, conforme apresentado na Figura 14 e Figura 15, respectivamente:

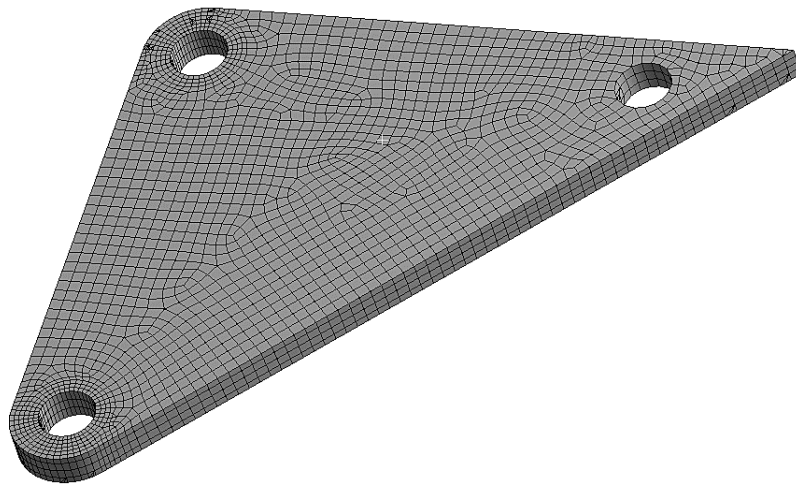


Figura 14 – Malha de Elementos Finitos (geometria de domínio)  
Fonte: O Autor

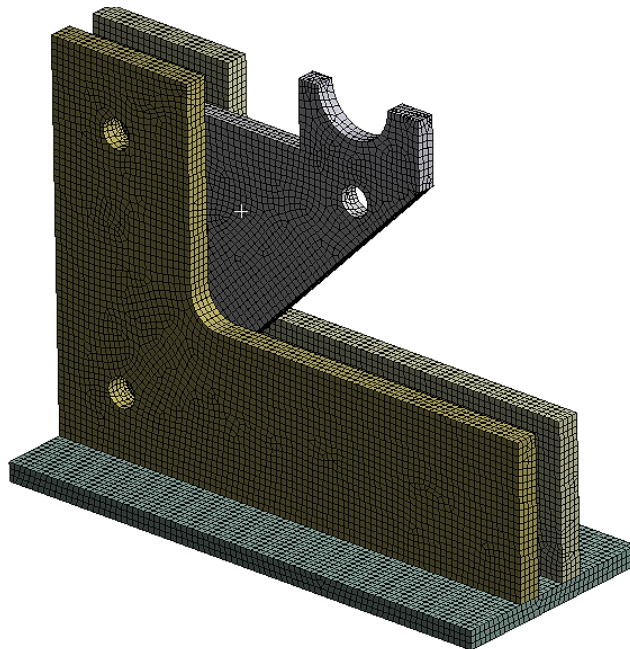


Figura 15 – Malha de Elementos Finitos (dispositivo de fixação)  
Fonte: O Autor

Optou-se por modelar todos os componentes envolvidos, mesmo sabendo que o dispositivo de fixação não era objeto de análise, devido ao fato de certificar na análise numérica que ele não falharia no teste prático. Foi considerado um tamanho de malha de 2 mm, e elementos quadriláteros de primeira ordem para todos os componentes, totalizando 59.208 nós e 57.009 elementos. Essa configuração adotou o elemento chamado pela biblioteca do Ansys por SOLID185, que é usado para modelagem 3D de estruturas sólidas. Esse elemento possui 8 nós com 3 graus de liberdade em cada nó: translações nas direções nodais x, y e z. A Figura 16 mostra a geometria, os locais dos nós representados por letras e o sistema de coordenadas do elemento.

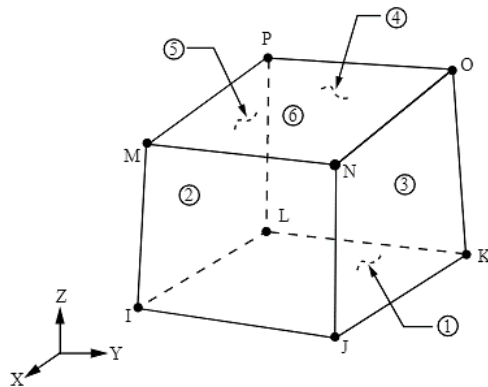


Figura 16 – Representação do elemento SOLID185  
Fonte: Ansys (2019)

### 3.2.3 Condições de contorno

Buscou-se representar no modelo numérico um comportamento que segue o conceito dos testes práticos. Sendo assim, as duas faces da chapa inferior do dispositivo identificadas em (a) na Figura 17 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** foram fixadas, restringindo os movimentos da estrutura. Um carregamento de 6.000N foi aplicado na face em vermelho (b) e este por sua vez tendo sido definido após várias simulações numéricas, buscando uma magnitude carregamento que atendesse o critério de projeto que visa prevenir a falha por escoamento dos componentes.

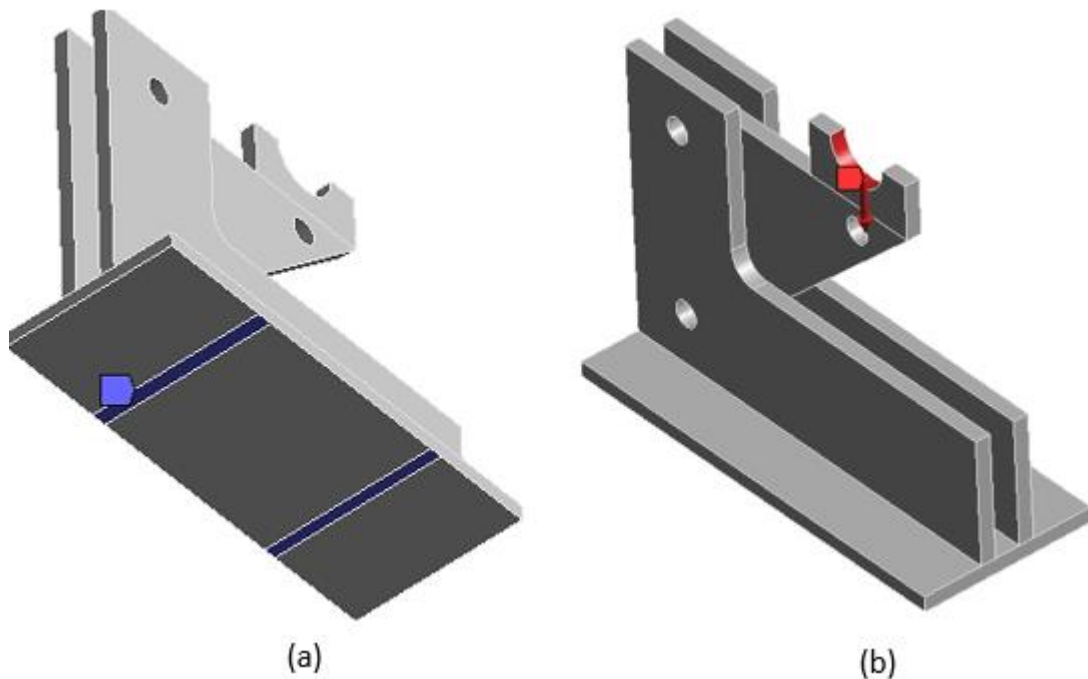


Figura 17 – Restrições e carregamentos

### 3.2.4 Processo de otimização topológica (análise 2)

Uma das limitações da ferramenta *Topology Optimization*, recurso do Ansys utilizado como auxílio na preparação da otimização topológica neste estudo, é de que a simulação permite que, na análise, mantenha-se apenas a geometria que se quer otimizar. Portanto,



foram necessárias algumas simplificações das condições de contorno do modelo, que transferissem o comportamento da estrutura completa (geometria de domínio e dispositivo de fixação), para a geometria de domínio apenas.

Como apresentado na Figura 18, as duas simplificações necessárias foram nos locais de carga e restrição. Na face em vermelho, foi criado um corte que representasse a porção de material ocupada pela chapa do dispositivo onde a carga de ensaio é aplicada. Já as restrições dos parafusos e de fixação, foram substituídas pelo recurso “Cylindrical Support”, que simula o comportamento do “Joint Revolute”, só que aplicado única e diretamente na face dos furos, em azul.

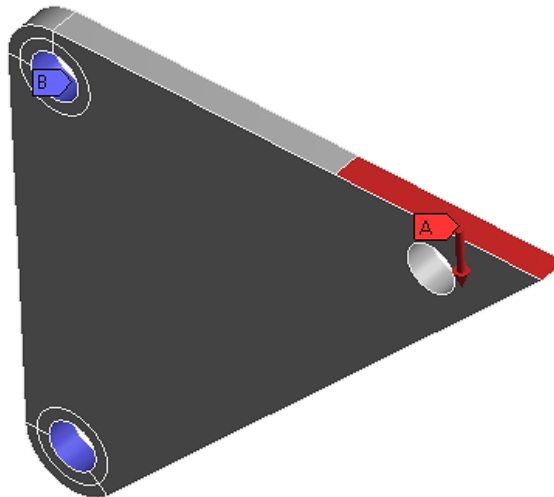


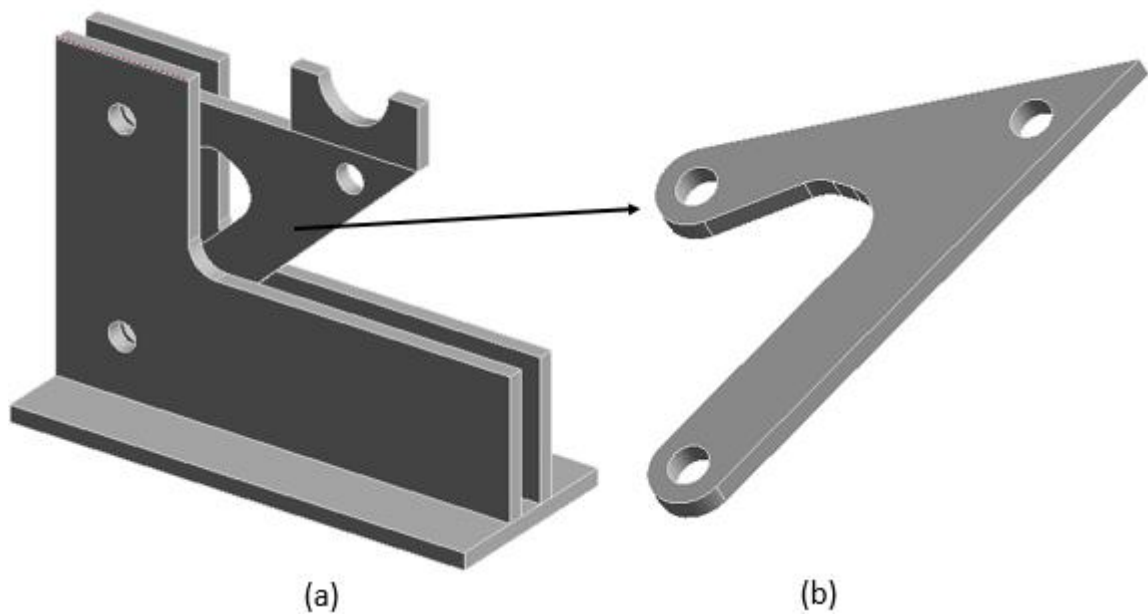
Figura 18 – Simplificações das condições de contorno

Após os resultados do pós-processamento da análise linear estática através do Ansys, que é onde os valores de tensão são analisados, utilizou-se a ferramenta *Topology Optimization*, que é o recurso que auxilia na otimização da peça. Para a solução, foi escolhida uma redução de massa (material) de 50%.

Importante destacar que esse recurso é um auxílio, sendo que a geometria que dele resulta geralmente necessita ser remodelada utilizando o *software* CAD. Foram feitas pequenas modificações na geometria otimizada através do programa, resultando em um modelo final com redução de 40% de massa do componente.

### 3.2.5 Simulação da geometria otimizada

Nesta etapa, após a otimização da geometria completa, foi efetuada a simulação da geometria conectada ao dispositivo de fixação (a), para simular numericamente o ensaio experimental e obter um comportamento semelhante entre os dois métodos. Em (b) pode-se visualizar a geometria otimizada. As condições de contorno foram as mesmas consideradas para a análise 1 (geometria original), obtendo-se os valores de tensão para o componente otimizado.



(a) (b)  
 Figura 19 – Representação da geometria otimizada  
 Fonte: O Autor

### 3.3 Etapa 3: construção dos componentes

Esta etapa consistiu nos processos para obtenção e construção das geometrias de estudo e do dispositivo de fixação.

Nas Figuras 19, 20 e 21 apresenta-se o detalhamento da geometria de domínio original, otimizada e dispositivo de fixação, respectivamente.

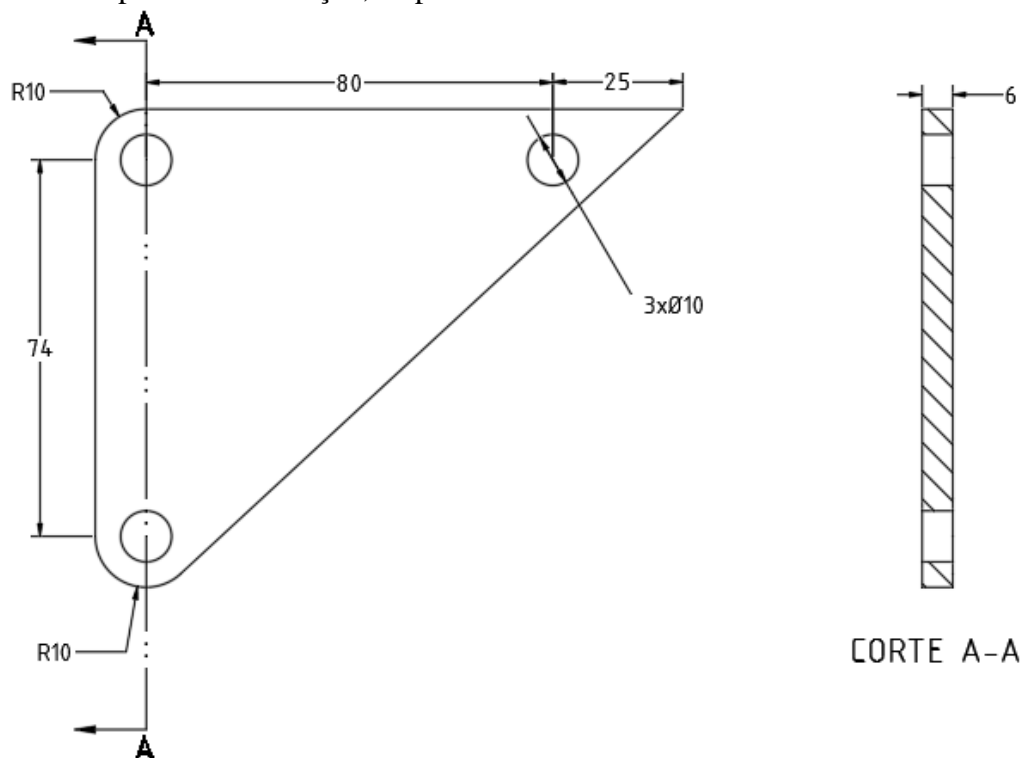


Figura 20 – detalhamento geometria original

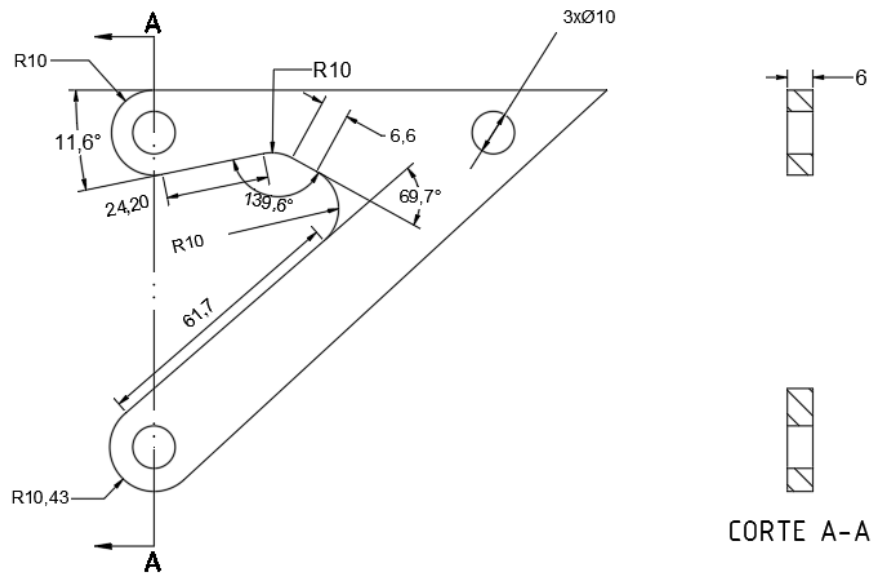


Figura 21 – detalhamento geometria otimizada

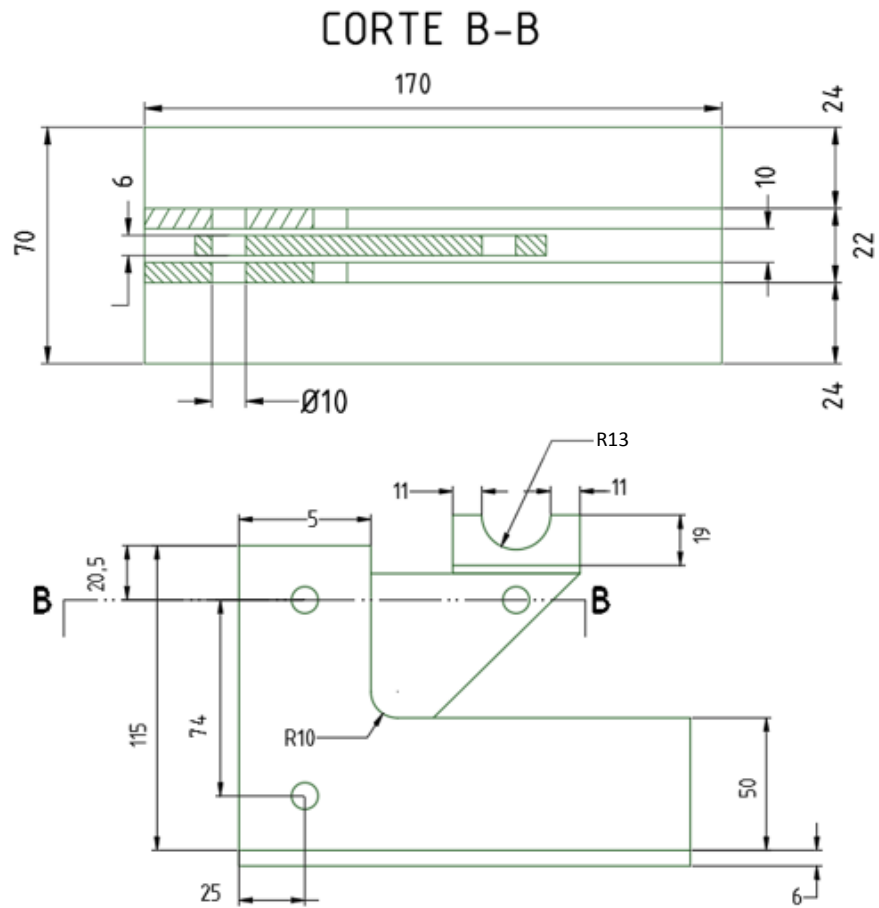


Figura 22 – detalhamento dispositivo

### 3.4 Etapa 4: procedimento experimental

Esta etapa consistiu na obtenção dos dados da fase experimental do estudo, a (b) (c) (d) (e)

Figura 23 apresenta o fluxograma adotado para o procedimento:

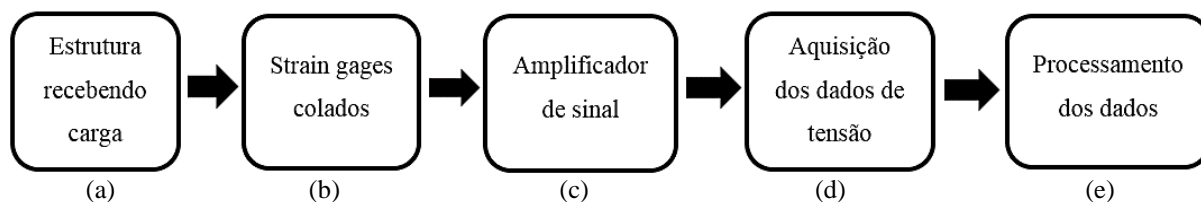


Figura 23 - Fluxograma de medição experimental  
 Fonte: O Autor (2021)

- a) geometrias de domínio original e otimizada conectadas aos dispositivos de fixação, que receberão a carga de projeto definida;
- b) extensômetros colados (*strain gauges*) nos locais de interesse que se quer medir as tensões;
- c) equipamento que obtém os sinais elétricos do extensômetro e transforma em leitura mecânica;
- d) aquisição dos dados com computador utilizando o *software* apropriado;
- e) análise e estudo dos dados obtidos nas medições.

Para a realização do experimento, seguiu-se um cronograma de ensaio, que possibilitou uma maior organização do mesmo. Esse cronograma consistiu em 4 etapas básicas: planejamento, preparação, execução, análise.

#### 3.4.1 Planejamento

Esta etapa baseou-se na determinação do objetivo, equipamentos utilizados e parâmetros de ensaio.

**Objetivo:** o objetivo das medições é quantificar os valores de tensão atuantes na geometria original e otimizada para em seguida buscar uma comparação entre os dados obtidos numérica e experimentalmente.

##### **Equipamentos utilizados:**

- Máquina de tração da marca Schenck, modelo UPM200, com capacidade de carga de 200kN;
- Amplificador de sinais HBM MGC Plus;
- 6 Extensômetros axiais únicos;
- Computador com *software* Catman Easy, da HBM;

Pode-se visualizar na Figura 24 a máquina de ensaio utilizada no ensaio, em destaque está o local onde as geometrias foram fixadas.



Figura 24 - Máquina de Ensaio de Tração Schenke  
Fonte: O Autor

Na Figura 25 são apresentados os equipamentos de aquisição dos dados experimentais, o amplificador MGC Plus da HBM e o computador com o Catman Easy da HBM, *software* responsável pela leitura dos dados.

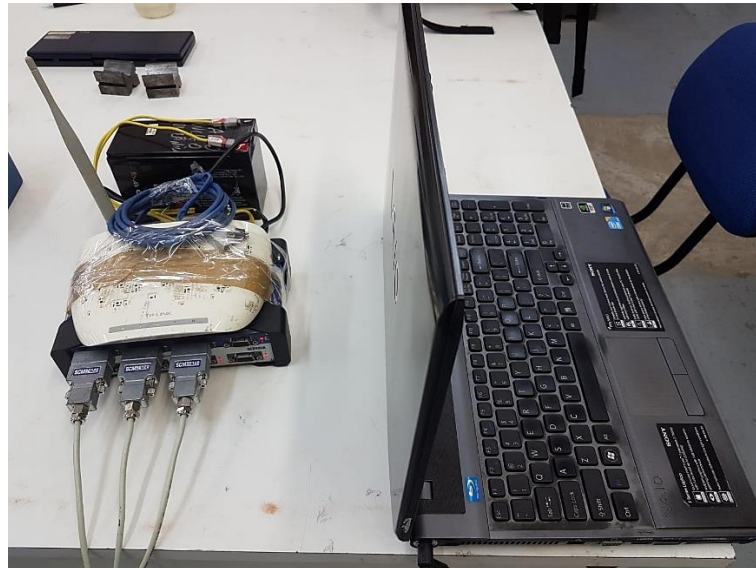


Figura 25 – Equipamentos de aquisição de dados

Na Figura 26 pode-se visualizar a montagem da geometria de domínio original com o dispositivo de fixação, já ligada aos cabos conectados ao amplificador de sinais.

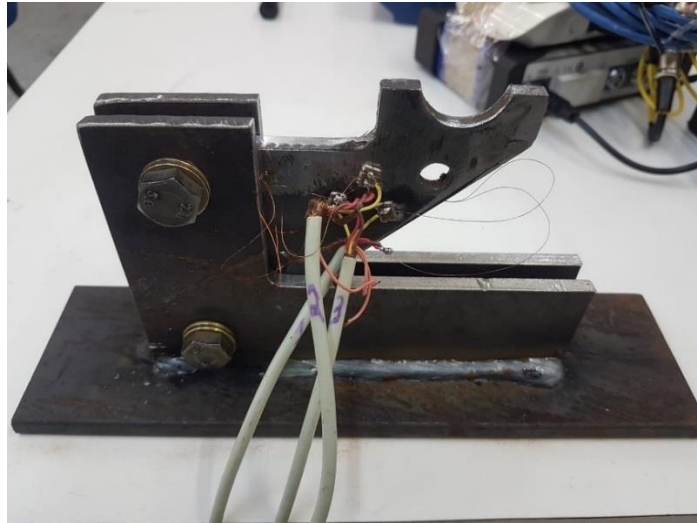


Figura 26 – Geometria original + dispositivo de fixação

**Parâmetros de ensaio:** realizar as medições na estrutura até uma carga de 6.000N.

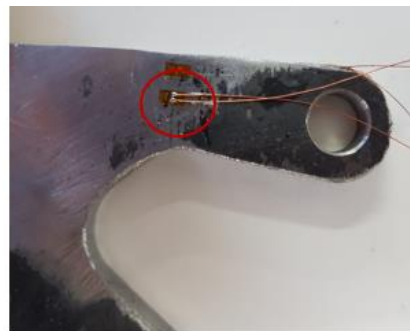
#### 3.4.2 Preparação

Antes das medições foi feita a instrumentação dos extensômetros na geometria de estudo. Primeiramente fez-se a preparação do componente, lixando as superfícies onde foram colados os *strain gauges* nos pontos definidos, em seguida conectando-os ao sistema de aquisição de dados MGC Plus, ligado ao *software* Catman Easy.

Na Figura 27 são apresentados os locais definidos para colagem dos *strain gauges*, sendo o ponto 1 (a), ponto 2 (b) e ponto 3 (c). Estes pontos foram definidos com anteriormente com o auxílio do ANSYS, por se tratar de pontos de interesse e locais onde as tensões alcançaram maiores valores.



(a)



(b)



(c)

Figura 27 – locais de colagem dos strain gauges

### 3.4.3 Execução

Com a estrutura fixada na máquina de ensaio e os equipamentos devidamente preparados, executou-se o procedimento de aquisição dos dados. Através do trabalho da máquina e dos dispositivos de aquisição, sendo devidamente acompanhados pelo monitor do computador.

## 4 RESULTADOS FINAIS E COMPARATIVO

Neste capítulo são apresentados os resultados finais obtidos pelas simulações numéricas e ensaios experimentais realizados, bem como o comparativo entre os dois estudos.

### 4.1 Resultados numéricos

Nesse capítulo serão apresentados os resultados finais das simulações numéricas tanto para a geometria original quanto otimizada, bem como o procedimento de otimização topológica do componente de estudo.

### 4.2 Análise 1 – geometria original

Nesta etapa é apresentado a distribuição e valores de tensão do componente de domínio original, sua deformação, e os esforços nos parafusos de fixação, servindo de subsídio para seu dimensionamento. Ainda, a partir do sentido das tensões dado pelo *software* foi possível definir o tipo de extensômetro a ser utilizado.

#### 4.2.1 Tensões de Von-Mises

Pode-se visualizar na Figura 28 a distribuição de tensões na geometria do componente original, assim como os locais de interesse para colagem dos extensômetros, representados pelos pontos 1, 2 e 3. Em (a) é apresentada a vista frontal do componente e (b) a vista lateral, para que se possa observar mais precisamente o local de colagem.

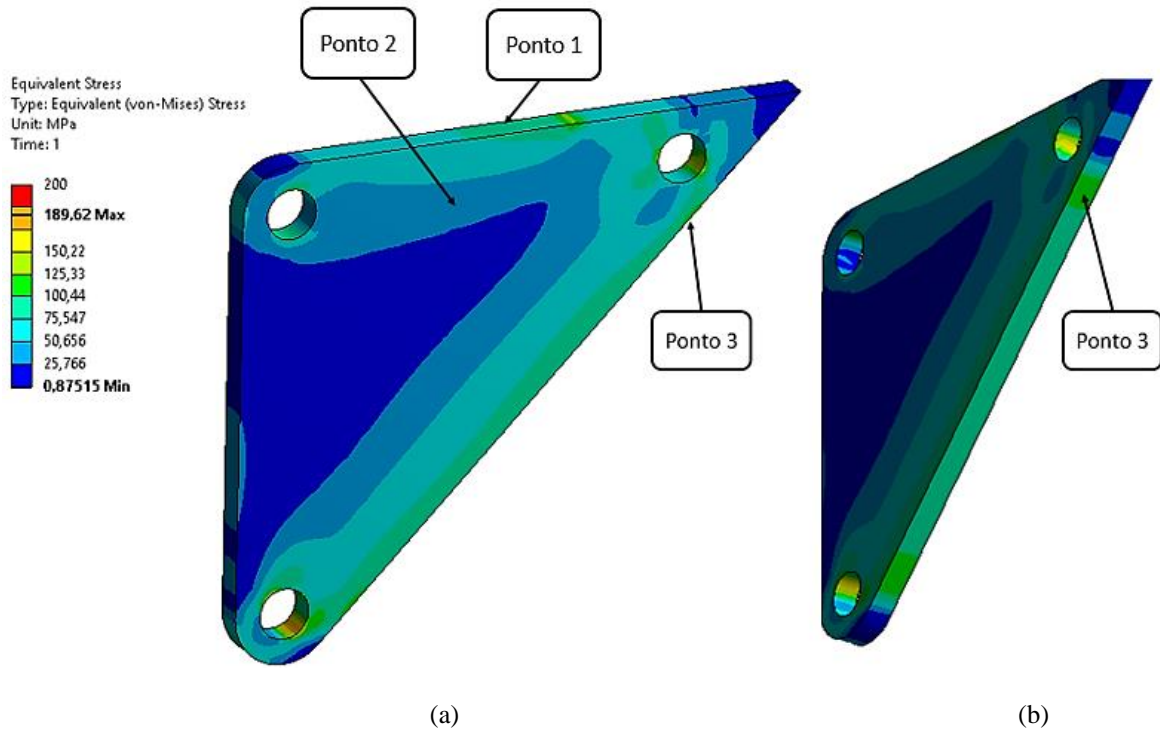


Figura 28 - Distribuição de tensão (geometria original)  
 Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 3 são apresentados os valores de tensão obtidos numericamente para os pontos 1, 2 e 3:

Original	Locais		
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3
Tensão (MPa)	75	40	110

Tabela 3 - Valores de tensão nos pontos de interesse da geometria original  
 Fonte: O Autor (2021)

#### 4.2.2 Deslocamento da geometria

Na Figura 29 é apresentado o deslocamento da geometria na direção  $x$ , juntamente com o sistema global de coordenadas. Como pode-se observar na imagem, o gradiente de cores parte do deslocamento próximo de zero representado pela cor azul, seguindo para o valor máximo de deformação representado em vermelho, que é de 0,19894mm. Utilizou-se uma escala aumentada em 69x para auxiliar no entendimento dos deslocamentos.



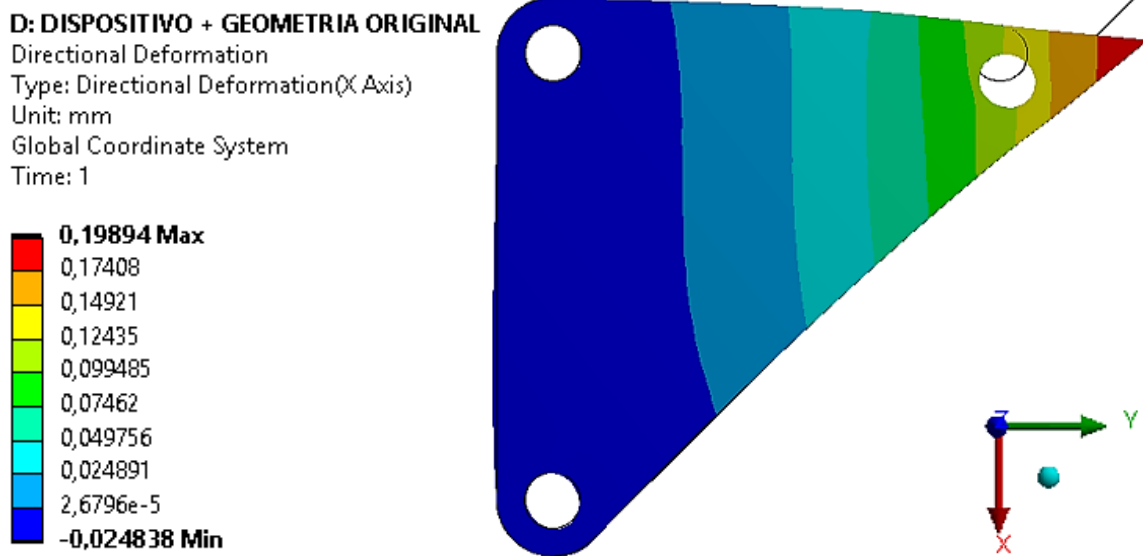


Figura 29 – Deslocamento no sentido X  
 Fonte: O Autor (2021)

#### 4.2.3 Esforços nos parafusos da estrutura

Para que um dos objetivos do trabalho seja atendido, que é de fazer com que a estrutura do dispositivo resista aos esforços do experimento, foi necessário o dimensionamento dos parafusos de fixação entre o dispositivo e a geometria de domínio.

Com o auxílio da simulação numérica, os valores de reação nos parafusos foram obtidos. A partir disso, foram usadas ferramentas de cálculo presentes na literatura de elementos de máquina para a definição do tipo de parafuso a ser utilizado (BUDYNAS, MISCHKE e SHIGLEY, 2005).

#### 4.3 Análise 2 – processo de otimização

Nesta etapa foi onde obteve-se a geometria de domínio otimizada. Pode-se observar na Figura 30 um esquema do desenvolvimento do processo de otimização topológica da geometria:

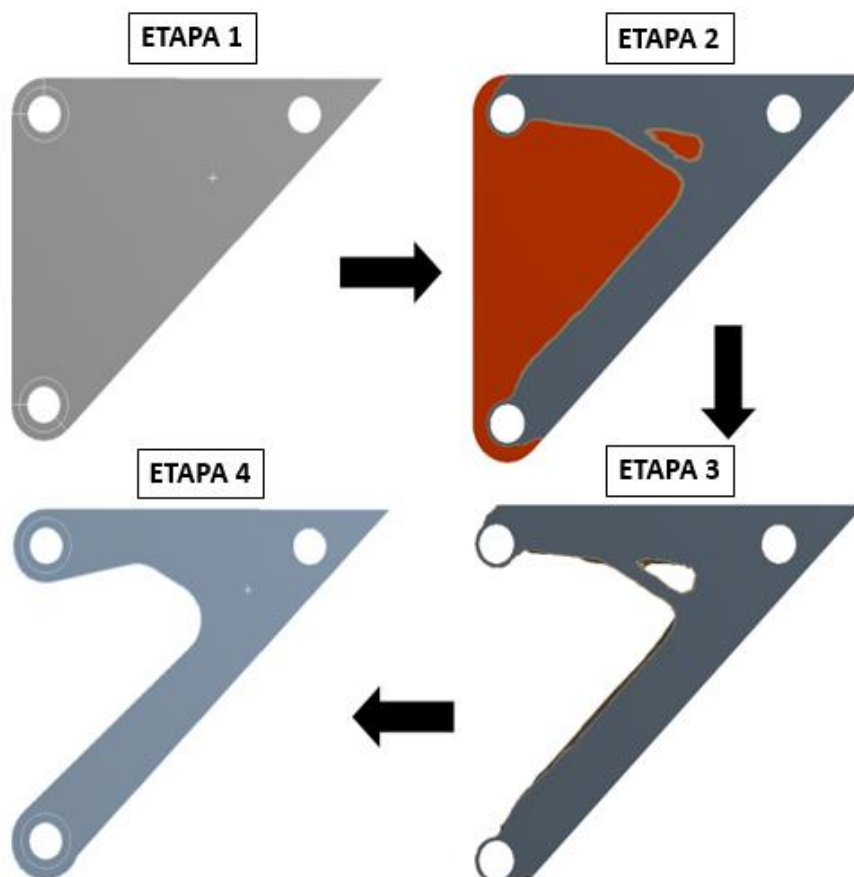


Figura 30 - Processo de otimização topológica  
Fonte: O Autor (2021)

**Etapa 1:** geometria original;

**Etapa 2:** redução de 50% da massa da peça, material retirado representado na cor laranja;

**Etapa 3:** geometria otimizada resultante da retirada de material;

**Etapa 4:** geometria otimizada remodelada no *software* CAD, resultando em um percentual de redução de material de 40% em relação à peça original.

#### 4.4 Análise 3 – geometria otimizada

Nesta etapa foram obtidos os resultados dos valores de tensão e deformação da geometria otimizada.

##### 4.4.1 Tensões de Von-Mises

Na Figura 31 pode-se observar a distribuição de tensão de Von-Mises no componente otimizado, bem como os locais de colagem dos extensômetros, sendo os mesmos locais da instrumentação na geometria original. Em (a) tem-se a vista frontal, em (b) a vista lateral, para facilitar a visualização do ponto 3.

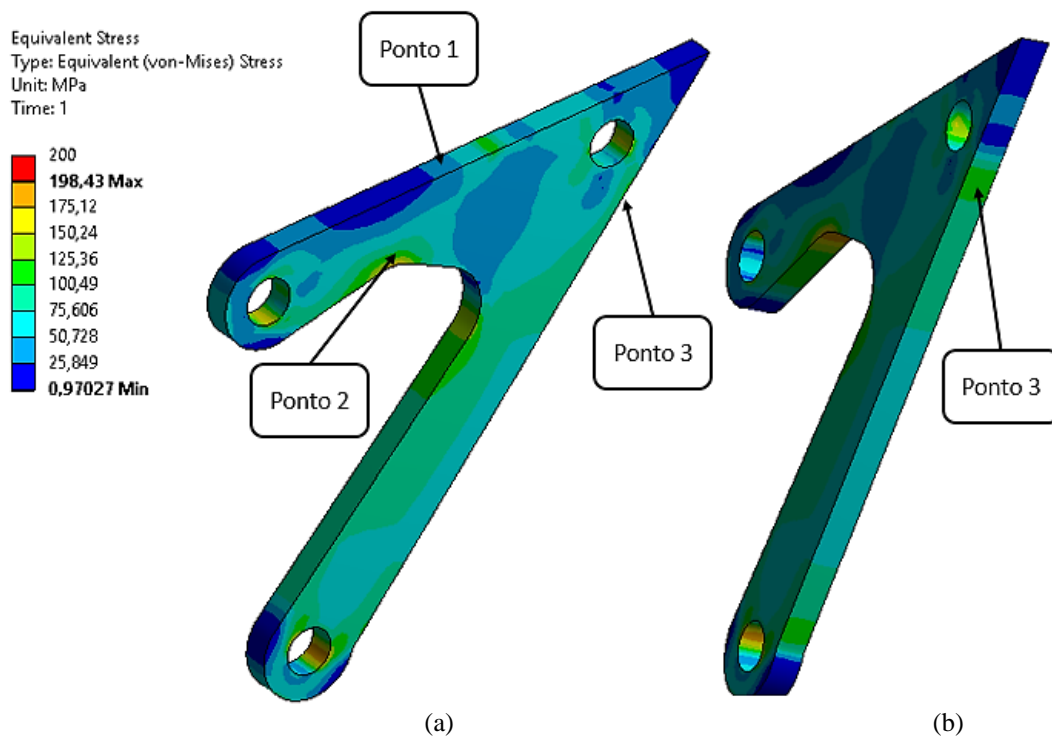


Figura 31 - Distribuição de tensão (geometria otimizada)  
 Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 4 são apresentados os valores de tensão nos pontos 1, 2 e 3:

Otimizada	Locais		
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3
Tensão (MPa)	42	120	112

Tabela 4 - Valores de tensão nos pontos de interesse da geometria otimizada  
 Fonte: O Autor (2021)

#### 4.4.2 Deslocamento da geometria

Na Figura 32 é apresentado o deslocamento da geometria na direção  $x$ , juntamente com o sistema global de coordenadas. Como pode-se observar na imagem, o gradiente de cores parte do deslocamento próximo de zero representado pela cor azul, seguindo para o valor máximo de deformação representado em vermelho, que é de 0,19415mm. Utilizou-se uma escala aumentada em 65x para auxiliar no entendimento dos deslocamentos.

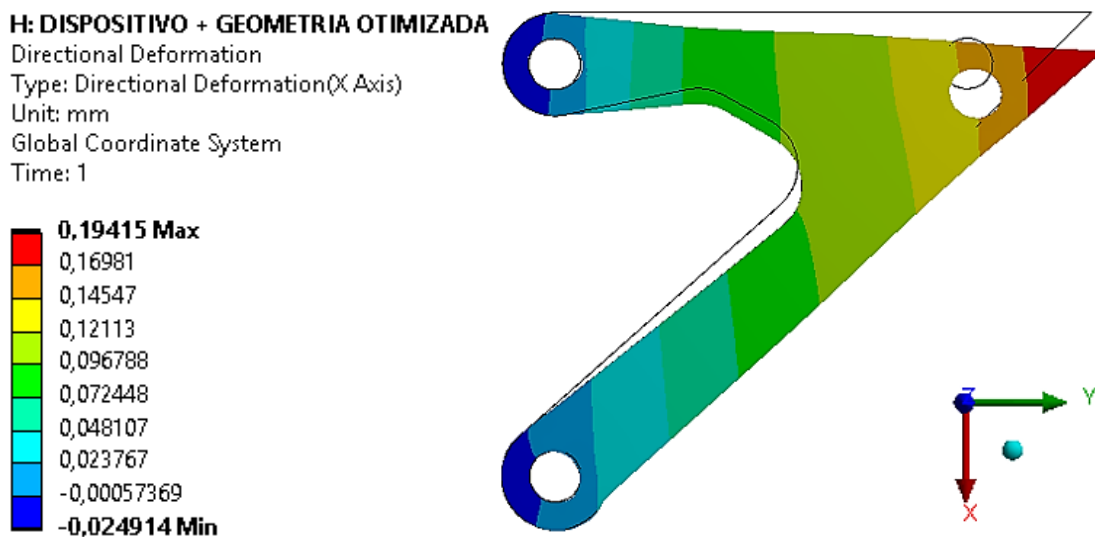


Figura 32 – Deslocamento no sentido X  
 Fonte: O Autor (2021)

#### 4.5 Comparação da distribuição de tensão: original x otimizada

A Figura 33 apresenta um comparativo comportamental da distribuição de tensão entre as geometrias original e otimizada:

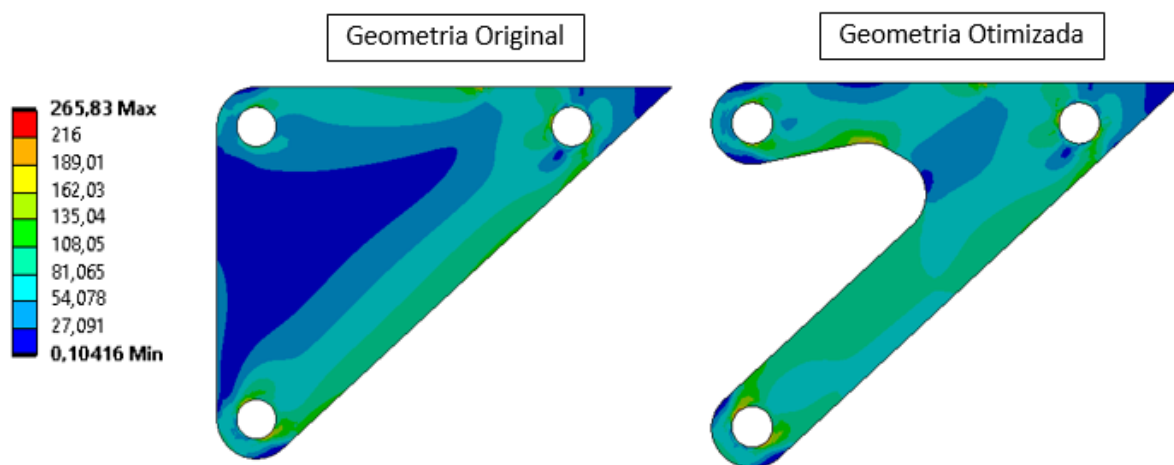


Figura 33 – Comparativo de distribuição de tensão  
 Fonte: O Autor (2021)

Para os mesmos parâmetros de condições de contorno considerados nas simulações numéricas de ambas as geometrias, observou-se que além da distribuição, também houve alguns valores de tensão diferentes para os mesmos pontos, seja para uma solicitação maior ou menor, já em outros, os valores ficaram bem próximos.

Portanto pode-se concluir que com a retirada de material, as tensões acabam se distribuindo diferentemente no componente, gerando uma solicitação desigual em certas regiões, para assim resistir aos esforços aplicados.

#### 4.6 Resultados experimentais

As avaliações dos esforços baseiam-se na lei de Hooke, que relacionam os esforços aplicados por meio da tensão gerada no material ( $\sigma$ ), com a deformação resultante ( $\varepsilon$ ), ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ), sendo (E) o módulo de elasticidade do material (LUCCA, SCHAEFFER, *et al.*, 2015).

Os materiais isotrópicos tem a propriedade de se alongar quando tracionados e de encolher quando comprimidos, a partir disso haverá uma deformação, que é definida pela relação do alongamento total ( $\Delta l$ ) pelo comprimento inicial ( $l$ ), como mostra a Equação 9:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (9)$$

A tensão ( $\sigma$ ) é proporcional à deformação onde uma inclinação aproximadamente linear é obtida. Esta é a chamada região elástica onde se aplicam as leis de Hooke. A relação tensão-deformação na região elástica é dada pela Equação 10:

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (10)$$

Para este trabalho foram geradas 10 repetições de ensaio para cada ponto analisado tanto da geometria original quanto otimizada, sendo que os resultados do Ponto 3 foram descartados, devido a uma grande discrepância entre os dados obtidos numérica e experimentalmente.

#### 4.7 Geometria original

Geometria original					
Carga	Ensaio	Ponto 1		Ponto 2	
		$\varepsilon$ (m/m)	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ (m/m)	$\sigma$ (MPa)
6000N	1	0,00026	65	0,00025	50
	2	0,00028	66	0,00024	48
	3	0,00029	59	0,00023	48
	4	0,00029	60	0,00023	47
	5	0,00027	60	0,00019	45
	6	0,00025	63	0,00026	50
	7	0,00026	65	0,0002	45
	8	0,00025	64	0,00021	46
	9	0,0003	60	0,00025	49
	10	0,0003	60	0,00023	47
<b>Média</b>		0,000275	62,2	0,000229	47,5
<b>Desvio Padrão</b>		0,000020	2,658	0,000023	1,841

Na

Tabela 5 estão apresentados os dados de tensão e deformação obtidos de forma experimental nos Pontos 1 e 2.

Geometria original					
Carga	Ensaio	Ponto 1		Ponto 2	
		$\epsilon$ (m/m)	$\sigma$ (MPa)	$\epsilon$ (m/m)	$\sigma$ (MPa)
6000N	1	0,00026	65	0,00025	50
	2	0,00028	66	0,00024	48
	3	0,00029	59	0,00023	48
	4	0,00029	60	0,00023	47
	5	0,00027	60	0,00019	45
	6	0,00025	63	0,00026	50
	7	0,00026	65	0,0002	45
	8	0,00025	64	0,00021	46
	9	0,0003	60	0,00025	49
	10	0,0003	60	0,00023	47
<b>Média</b>		0,000275	62,2	0,000229	47,5
<b>Desvio Padrão</b>		0,000020	2,658	0,000023	1,841

Tabela 5 – Valores de tensão e deformação obtidos experimentalmente

Na Figura 34 é apresentado o gráfico tensão x deformação do ensaio experimental número 9 da geometria original.

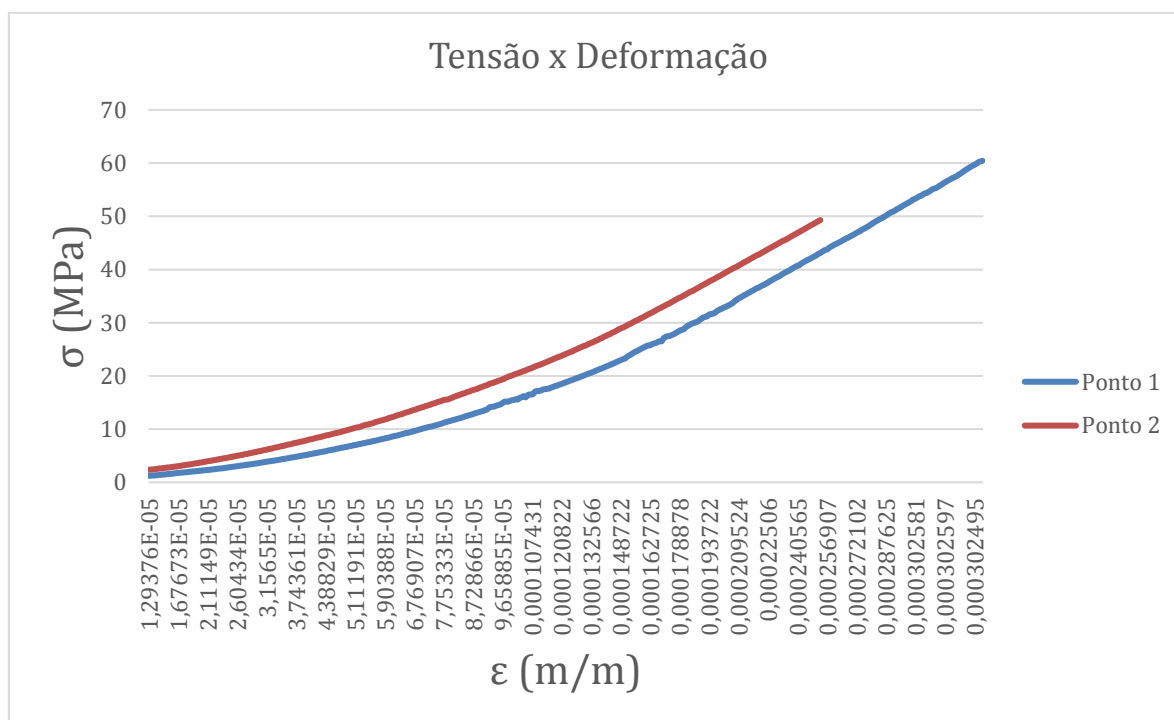


Figura 34 – Gráfico tensão x deformação (ensaio 9 - original)

#### 4.8 Geometria otimizada

Na Tabela 6 estão apresentados os dados de tensão e deformação obtidos de forma experimental nos Pontos 1 e 2.

Geometria otimizada					
Carga	Ensaio	Ponto 1		Ponto 2	
		$\epsilon$ (m/m)	$\sigma$ (MPa)	$\epsilon$ (m/m)	$\sigma$ (MPa)
6000N	1	0,00024	49	0,00054	107
	2	0,00032	50	0,00049	100
	3	0,00022	46	0,00052	103
	4	0,00026	49	0,00055	108
	5	0,00032	51	0,00049	100
	6	0,00034	53	0,00052	105
	7	0,00026	49	0,0005	102
	8	0,00026	48	0,00052	105
	9	0,000372	51	0,00051	103
	10	0,00032	50	0,0005	102
<b>Média</b>		0,00029	49,6	0,00051	103,5
<b>Desvio Padrão</b>		0,00005	1,90	0,00002	2,72

Tabela 6 - Valores de tensão e deformação obtidos experimentalmente

Na Figura 35 é apresentado o gráfico tensão x deformação do ensaio experimental número 9 da geometria otimizada.

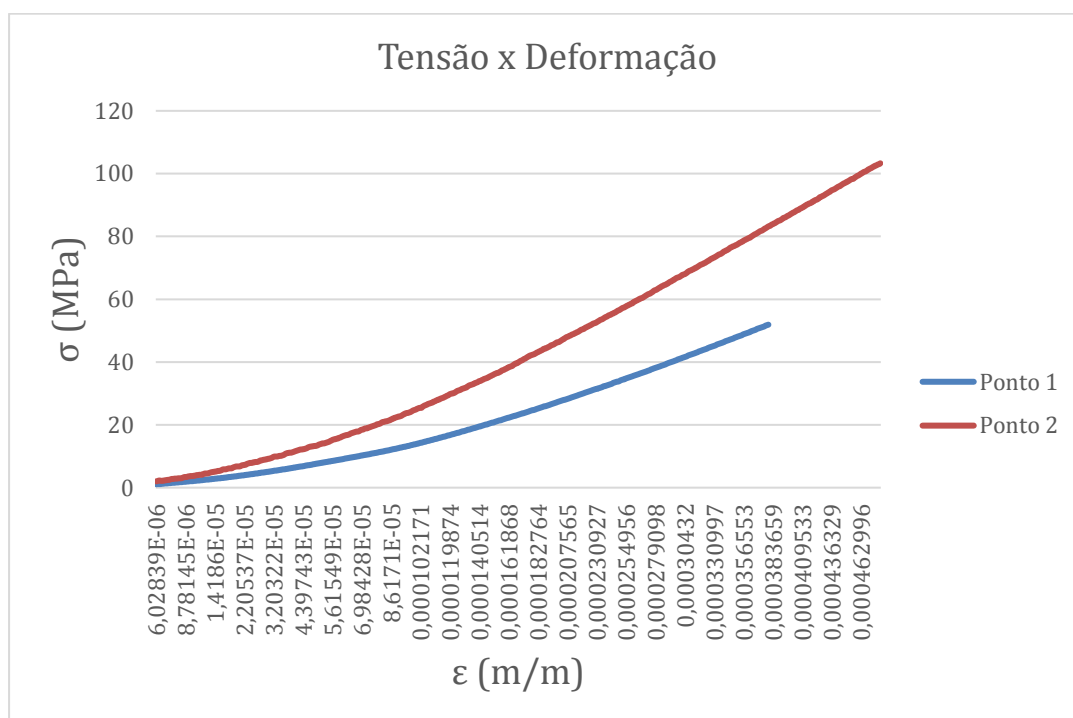


Figura 35 - Gráfico tensão x deformação (ensaio 9 – otimizada)

#### 4.9 Comparação entre resultados numéricos e experimentais

A Tabela 7 demonstra o comparativo dos valores encontrados pelo estudo numérico com os dados calculados a partir das deformações lidas pelos *Strain Gauges*.

Geometria	Ponto 1			Ponto 2		
	Simulação numérica (ANSYS)	Ensaio experimental (Strain Gauge)	% de erro	Simulação numérica (ANSYS)	Ensaio experimental (Strain Gauge)	% de erro
Original	72 MPa	62 MPa	13,9	40 MPa	48 MPa	16,7
Otimizada	42 MPa	50 MPa	16,0	120 MPa	104 MPa	13,3

Tabela 7 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

Como os dados apresentados na Tabela 7 mostram encontrou-se um erro médio de 14,9% entre os valores obtidos através da análise numérica e ensaio experimental para o Ponto 1, e 15% para o Ponto 2. Tal diferença nos resultados pode ser atribuída a fatores como colagem dos *Strain Gauges* e ruídos no sistema de leitura dos dados experimentais, outra característica que autores julgam que seja de determinante influência na aquisição dos dados, está a resistividade dos fios elétricos usados nos experimentos, devido aos valores medidos serem em escalas muito pequenas.

Cabe salientar que as curvas não tiveram um comportamento totalmente linear, devido ao fato de que a fixação do dispositivo na máquina de ensaio não foi totalmente restringida, o que foi considerado no modelo numérico, se tornando outro fator que pode ter contribuído para a discrepância entre os resultados numéricos e experimentais.

## 5 CONCLUSÕES

Através da Análise Linear Estática pelo MEF com auxílio do *software* ANSYS, foi possível definir as condições de contorno a serem testadas nas geometrias estudadas, assim como o comportamento estrutural e valores de tensão envolvidos no componente de interesse. Com a utilização da ferramenta *Topology Optimization* foi possível otimizar o componente e obter uma estrutura ótima de projeto, visando atender os critérios de análise a partir de uma redução de material.

A partir da aquisição e análise dos dados experimentais, pode-se fazer a comparação entre os resultados numéricos e experimentais, o que ficou demonstrado que o método de Otimização Topológica atingiu seu objetivo.

Além disso, pode-se observar que por meio da aquisição de dados efetuadas no experimento é possível identificar as tensões atuantes em componentes estruturais, podendo no futuro ser usado esta técnica para dimensionamento de máquinas e componentes mecânicos dedicadas ao processo de otimização estrutural.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. Porto: Universidade do Porto, 2003.

BUDYNAS, R. G.; MISCHKE, C. R.; SHIGLEY, J. E. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7a. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

BUDYNAS, R. G.; NISBETH, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10a. ed. [S.l.]: AMGH, 2016.

COUTINHO, K. D. **Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais**. Natal. 2006.

EXCEL. **Extensômetros Coláveis de Resistência Elétrica: acessórios para extensometria**. Excel Sensores Indústria Comércio e Exportação Ltda. São Paulo. 2013.

FIALHO, A. B. **Instrumentação Industrial: conceitos, aplicações e análises**. 7a edição revisada. ed. São Paulo: Érica Ltda, 2013.

FILHO, A. A. **Elementos Finitos - A Base da Tecnologia CAE**. 6a. ed. São Paulo: Érica, 2013.

JUNIOR, B. F. D. J.; SEGUNDO, A. K. R. **Sistema de Aquisição de Dados de Extensometria Aplicado a um Tambor Descascador de Toras de Madeira**. Universidade Federal de Ouro Preto: Departamento de Engenharia de Controle e Automação. Ouro Preto.

JUNIOR, E. B. **Extensometria: Manual Prático**. [S.l.]: [s.n.], 2009. 79 p.

LUCCA, G. D. S. D. et al. **ANÁLISE DAS TENSÕES E DEFORMAÇÕES POR MEIO DE EXTENSOMETRIA EM UMA FERRAMENTA DE ESTAMPAGEM INCREMENTAL**. 35º Senafor. Porto Alegre, p. 13. 2015.

MORISHITA, G. S. D. L. **Otimização Topológica de Mecanismo de Quatro Barras**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, p. . 2015.

POPOV, E. P. **Introdução à mecânica dos sólidos**. 1a. ed. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 1978.

SIMONETTI, H. L. **Otimização Topológica de estruturas bidimensionais**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2009.

STUMP, F. V. **Otimização Topológica Aplicada ao Projeto de Estruturas Tradicionais e Estruturas com Gradação Funcional Sujeitas a Restrição de Tensão**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2006.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Teoria da Elasticidade**. 3a edição. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980.

**VOELZ, A. A. Estudo sobre a utilização de extensômetros elétricos para análise experimental de estruturas de concreto armado.** Universidade de Santa Cruz do Sul. Santa Cruz do Sul. 2019.