



João Pedro Martins Bitencourt

**OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE LAJES NERVURADAS
DE CONCRETO ARMADO COM ÊNFASE NA REDUÇÃO DE
CUSTOS E NA AMPLIAÇÃO DA VIDA ÚTIL**

Orientador: Professor Moacir Kripka, Doutor.

Passo Fundo

2021

João Pedro Martins Bitencourt

**OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE LAJES NERVURADAS
DE CONCRETO ARMADO COM ÊNFASE NA REDUÇÃO DE
CUSTOS E NA AMPLIAÇÃO DA VIDA ÚTIL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Civil, sob orientação do Professor Moacir Kripka, Doutor.

Passo Fundo

2021

João Pedro Martins Bitencourt

**OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE LAJES NERVURADAS DE
CONCRETO ARMADO COM ÊNFASE NA REDUÇÃO DE CUSTOS E
NA AMPLIAÇÃO DA VIDA ÚTIL**

Este Trabalho de Conclusão foi julgado e aprovado na disciplina de Trabalho de Conclusão do curso de Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo.

Passo Fundo, dezembro de 2021.

Prof. Vinícius Scortegagna
Coordenador do Curso

Prof. Fernando Busato Ramires
Coordenador da Disciplina de TCC

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Moacir Kripka
Orientador
Universidade de Passo Fundo

Prof. Fernando Busato Ramires
Universidade de Passo Fundo

Prof. Guilherme Fleith de Medeiros
Universidade de Passo Fundo

*Dedico este trabalho à honra de Nosso Senhor Jesus
Cristo; à Nossa Senhora de Fátima; à minha
querida mãe; à minha estimada namorada.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus por Sua Providência e bondade divina para conosco. Sem a graça edificante do Espírito Santo, nenhuma empresa humana verdadeiramente digna seria possível e o esforço de tentar compreender o mundo pelo prisma da ciência restaria infrutífero.

À minha mãe, dona Delci, por todo amor, esforço e incentivo dedicados à minha formação moral e à minha educação. Sem nunca medir esforços, desde a minha infância, tornou possível um ambiente amoroso e suscetível ao aprendizado. O presente trabalho – assim como todos os outros que o antecederam, diga-se a verdade – jamais haveria de se concretizar não fosse sua fortitude e perseverança na vida.

À minha namorada, Andréia, por todo amor, companheirismo e compreensão compartilhados ao longo dos anos. Obrigado pelas palavras de incentivo e pela constante cobrança para que eu dedicasse o melhor de mim nos estudos. Certamente essa motivação me propeliu a seguir firme em busca de meus objetivos.

Agradeço sobremaneira meu orientador, o professor Moacir Kripka, por confiar em minha capacidade ao aceitar este desafio, pela paciência ao elucidar as dúvidas que se apresentaram e pelos valiosos ensinamentos compartilhados ao longo do curso e, principalmente, durante a consecução deste trabalho.

Sou grato também a todos os docentes do curso de Engenharia Civil da Universidade de Passo Fundo com os quais tive a oportunidade de aprender e progredir acadêmica e profissionalmente.

Por fim, agradeço àqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização do presente trabalho.

“O que mais importa à vida não são os conhecimentos, é o caráter, e o caráter estaria ameaçado se o homem se encontrasse por assim dizer abaixo de seu trabalho, oprimido pela rocha de Sísifo. Existe uma outra ciência além da que cai para dentro da memória: a ciência de viver. O estudo tem de ser um ato de vida, ser proveitoso para a vida, sentir-se impregnado de vida. Destas duas espécies de espíritos, os que se esforçam em saber alguma coisa e os que tentam ser alguém, a segunda é a que merece, de longe, os louros. Tudo no saber não passa de esboço; a obra acabada é o homem.”

(A Vida Intelectual, Antonin-Dalmace Sertillanges)

RESUMO

A engenharia estrutural, uma das grandes áreas de estudo da engenharia civil, tem como alicerce a busca por soluções otimizadas que resistam às diversas ações e garantam o equilíbrio das edificações, ao mesmo tempo em que visam a redução no consumo de materiais e, consequentemente, de custos durante o processo de dimensionamento. Soma-se a isso a necessidade de se conceber, em projeto, procedimentos a fim de estender a durabilidade durante a vida útil das estruturas, uma vez que a deterioração precoce dos elementos estruturais, além de causar desconforto e gerar insegurança aos usuários, é um dos principais fatores para que considerável quantia dos recursos da indústria da construção seja aplicada no reparo e manutenção de estruturas pré-existentes. Sendo a minimização de custos e a maximização da vida útil objetivos conflitantes entre si, evidencia-se a aplicabilidade dos conceitos e técnicas de otimização multiobjetivo. Para este fim, o presente trabalho teve como intento realizar o dimensionamento de pavimentos de lajes nervuradas de concreto armado – alternativas econômicas em situações que exigem grandes vãos – obedecendo às diretrizes da ABNT NBR 6118:2014 e respeitando as restrições dos estados-limite último (resistência) e de serviço (rigidez). A otimização, mediante a aplicação da ferramenta matemática *SolveXL*[®] – um suplemento do programa Microsoft Excel[®] que faz uso de algoritmos genéticos –, objetivou minimizar o custo total de concreto, aço e fôrmas, em concomitância com a maximização da vida útil. Foram analisadas as seções otimizadas em quatro casos em que os vãos variaram de 5,0 a 8,0 m, em incrementos de 1,0 m. Para cada cenário, alternou-se de forma sequencial as classes de resistência dos concretos, do C25 até o C50. A previsão probabilística da vida útil das lajes nervuradas otimizadas deste estudo foi feita com base no modelo proposto pela norma espanhola *Instrucción de Hormigón Estructural* (EHE-08), tendo como referência o processo de corrosão das barras da armadura devido à carbonatação.

Palavras-chave: Engenharia estrutural. Otimização multiobjetivo. Lajes nervuradas. Concreto armado. Vida útil. Algoritmos genéticos. SolveXL.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Barco de Lambot e sua armadura primitiva.....	23
Figura 2 - Elementos construtivos de concreto armado em edificios usuais.....	24
Figura 3 - Outros elementos construtivos de concreto armado em edificios usuais.....	25
Figura 4 - Representação do comportamento de placa das lajes	26
Figura 5 - Representação do comportamento de chapa das lajes	26
Figura 6 - Elementos de uma laje nervurada, armada em uma direção, apoiada sobre vigas ..	28
Figura 7 - Laje nervurada, armada em duas direções, apoiada sobre vigas	28
Figura 8 - Elementos de uma laje nervurada, armada em duas direções, apoiada diretamente sobre pilares.....	29
Figura 9 - Laje nervurada, armada em duas direções, apoiada diretamente sobre pilares	29
Figura 10 - Laje nervurada moldada no local.....	30
Figura 11 - Molde plástico reutilizável	30
Figura 12 - Laje com nervuras tipo trilho e preenchimento de vazios com lajotas cerâmicas.	31
Figura 13 - Laje com nervuras tipo treliça e preenchimento de vazios com EPS	32
Figura 14 - Largura da mesa b_f colaborante no conjunto	33
Figura 15 - Largura da mesa colaborante b_f com elemento isolado	34
Figura 16 - Seção típica de uma laje nervurada.....	34
Figura 17 - Vão efetivo.....	35
Figura 18 - Representação do sistema de coordenadas do plano de uma placa	40
Figura 19 - Esforços internos em uma grelha.....	41
Figura 20 - Mesa da laje nervurada posicionada na face tracionada.....	43
Figura 21 - Linha neutra interceptando a mesa da laje nervurada.....	43
Figura 22 - Linha neutra posicionada na alma da laje nervurada.....	44
Figura 23 - Laje nervurada com mesa dupla e região tracionada na face superior	44
Figura 24 - Comprimento de ancoragem necessário	46
Figura 25 - Elásticas da laje nervurada como um todo e da mesa entre nervuras	48
Figura 26 - Conceituação da vida útil das estruturas de concreto tomando por referência o fenômeno de corrosão de armaduras	56
Figura 27 - Representação esquemática da difusão do CO_2 no concreto	59
Figura 28 - Representação do avanço da frente de carbonatação e alteração do pH do concreto no tempo	60

Figura 29 - Evolução dos custos de intervenção ao longo das diferentes fases da vida das estruturas.....	67
Figura 30 - Esquema sequencial da corrosão do aço em estruturas de concreto.....	72
Figura 31 - Representação do espaço de busca delimitado pelas soluções não-dominadas.....	82
Figura 32 – Relação de dominância entre as soluções de um problema hipotético envolvendo custo e desempenho	82
Figura 33 - Soluções Pareto-ótimas locais e globais	83
Figura 34 - Estrutura genérica de um algoritmo genético	84
Figura 35 - Procedimento esquemático do NSGA-II	85
Figura 36 - Diagrama peso \times deflexão em exemplo de otimização de vigas engastadas.....	86
Figura 37 - Seção seção típica de uma laje nervurada unidirecional e as variáveis de projeto adotadas	90
Figura 38 - Interface de configuração do suplemento <i>SolveXL</i>	98
Figura 39 - Janela de definição do tamanho da população.....	98
Figura 40 - Janela de seleção de operador de <i>crossover</i> e taxa de ocorrência	99
Figura 41 - Configuração do cromossomo e continuidade no intervalo de genes.....	100
Figura 42 - Determinação das funções objetivo	101
Figura 43 - Aplicação de restrições ao problema	102
Figura 44 - Gráfico de progresso do algoritmo e resumo de informações	102
Figura 45 - Comparação entre diferentes resultados de otimização.....	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores característicos nominais das cargas variáveis para edifícios residenciais	38
Tabela 2 - Valores característicos nominais das cargas variáveis para edifícios comerciais	38
Tabela 3 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas (concretos do Grupo I)	45
Tabela 4 - Valores do coeficiente ψ_2	50
Tabela 5 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo	52
Tabela 6 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental	54
Tabela 7 - Características físico-químicas das CAA	63
Tabela 8 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto	65
Tabela 9 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal de lajes de concreto armado para $\Delta c = 10$ mm	65
Tabela 10 - Fator ambiental c_{env}	74
Tabela 11 - Fator de aeração c_{air}	74
Tabela 12 - Parâmetros a e b	75
Tabela 13 - Coeficientes de difusão de cloretos $D(t_0)$ ($\times 10^{-12}$ m ² /s)	76
Tabela 14 - Concentração de cloretos no superfície do concreto C_s	77
Tabela 15 - Velocidade de corrosão v_{corr} segundo a classe de exposição	78
Tabela 16 - Custo monetário do concreto por unidade de volume	94
Tabela 17 - Custo monetário do aço por unidade de massa	94
Tabela 18 - Custo monetário das fôrmas por unidade de área	94
Tabela 19 - Relação das dimensões iniciais das variáveis de projeto para cada rotina de otimização	104
Tabela 20 - Relação das atribuições iniciais dos genes para cada rotina de otimização	105
Tabela 21 - Relação dos parâmetros iniciais do algoritmo genético NSGA-II para cada rotina de otimização	105
Tabela 22 - Relação dos dados iniciais referentes à determinação da vida útil da estrutura	105
Tabela 23 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-A	107
Tabela 24 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-B	109
Tabela 25 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-C	111

Tabela 26 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-D.....	113
Tabela 27 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-E	115
Tabela 28 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-F.....	117
Tabela 29 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-A.....	119
Tabela 30 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-B	121
Tabela 31 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-C.....	123
Tabela 32 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-D.....	125
Tabela 33 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-E	127
Tabela 34 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-F.....	129
Tabela 35 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-A	131
Tabela 36 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-B	133
Tabela 37 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-C	135
Tabela 38 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-D.....	137
Tabela 39 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-E	139
Tabela 40 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-F.....	141
Tabela 41 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-A.....	143
Tabela 42 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-B.....	145

Tabela 43 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-C	147
Tabela 44 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-D	149
Tabela 45 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-E	151
Tabela 46 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-F.....	153

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classes de agressividade ambiental (CAA)	62
Quadro 2 - Classificação da resistência dos concretos de acordo com o risco de corrosão das armaduras.....	63
Quadro 3 - Classificação da resistência dos concretos diante do risco de deterioração por lixiviação ou por formação de compostos expansivos	64
Quadro 4 - Correspondência entre agressividade do ambiente e durabilidade do concreto.....	66

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	JUSTIFICATIVA.....	19
1.2	OBJETIVOS.....	20
1.2.1	Objetivo geral	20
1.2.2	Objetivos específicos.....	20
2	REVISÃO DA LITERATURA	22
2.1	ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO	22
2.2	LAJES NERVURADAS	25
2.2.1	Lajes nervuradas moldadas no local	30
2.2.2	Lajes nervuradas com nervuras pré-moldadas	31
2.3	CONSIDERAÇÕES GERAIS DE PROJETO	32
2.3.1	Espessura da mesa.....	32
2.3.2	Espessura das nervuras.....	32
2.3.3	Largura colaborante	33
2.3.4	Critérios gerais de projeto	34
2.3.5	Vinculações.....	35
2.3.6	Vãos efetivos de lajes ou placas	35
2.4	AÇÕES E ESFORÇOS SOLICITANTES	36
2.4.1	Ações permanentes diretas	36
2.4.2	Ações variáveis normais.....	37
2.4.3	Comportamento estático das lajes nervuradas.....	39
2.4.3.1	<i>Teoria das placas</i>	39
2.4.3.2	<i>Teoria das grelhas.....</i>	41
2.5	VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA NOS ESTADOS-LIMITE.....	42
2.5.1	Verificações pertinentes às nervuras	42
2.5.1.1	<i>Verificação da resistência das nervuras à ação de momento fletor</i>	42
2.5.1.2	<i>Verificação da resistência das nervuras à ação de força cortante.....</i>	45
2.5.2	Verificações pertinentes à mesa	47
2.5.2.1	<i>Verificação da resistência da mesa à ação de momento fletor.....</i>	47
2.5.2.2	<i>Verificação da resistência da mesa à ação de força cortante</i>	49
2.5.3	Verificação das flechas	49
2.5.3.1	<i>Flecha imediata.....</i>	50

2.5.3.2	<i>Flecha diferida no tempo</i>	51
2.5.4	Deslocamentos-limite	52
2.5.5	Contraflecha	53
2.5.6	Controle da fissuração	53
2.6	DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO.....	54
2.7	MECANISMOS DE ENVELHECIMENTO E DETERIORAÇÃO.....	56
2.7.1	Mecanismos preponderantes de deterioração relativos ao concreto	56
2.7.1.1	<i>Deterioração por lixiviação</i>	57
2.7.1.2	<i>Expansão por sulfatos</i>	57
2.7.1.3	<i>Reação álcali-agregado</i>	57
2.7.1.4	<i>Reações deletérias</i>	58
2.7.2	Mecanismos preponderantes de deterioração relativos à armadura	58
2.7.2.1	<i>Despassivação por carbonatação</i>	58
2.7.2.2	<i>Despassivação por ação de cloretos</i>	60
2.7.3	Mecanismos de deterioração da estrutura propriamente dita	61
2.8	CLASSIFICAÇÃO DA AGRESSIVIDADE AMBIENTAL	61
2.9	CLASSIFICAÇÃO DOS CONCRETOS.....	63
2.10	IMPORTÂNCIA DA ESPESSURA DE COBRIMENTO	64
2.11	AGRESSIVIDADE DO MEIO E DURABILIDADE DO CONCRETO.....	66
2.12	MÉTODOS PARA ESTIMAR A VIDA ÚTIL	67
2.12.1	Método baseado em experiências anteriores	67
2.12.2	Método baseado em ensaios acelerados	68
2.12.3	Método com enfoque determinista	69
2.12.3.1	<i>Modelos de previsão até despassivar – termodinâmica da corrosão</i>	69
2.12.3.2	<i>Modelos de previsão após despassivar – cinética da corrosão</i>	69
2.12.4	Método com enfoque estocástico ou probabilista	70
2.12.5	Modelo proposto pela norma espanhola EHE-08	72
2.12.5.1	<i>Período de iniciação</i>	73
2.12.5.2	<i>Período de propagação</i>	77
2.12.5.3	<i>Determinação da vida útil devido à corrosão da armadura</i>	78
2.13	DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO.....	79
2.13.1	Métodos clássicos	79
2.13.2	Métodos de cálculo na ruptura	79
2.14	OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS.....	80

2.15	ALGORITMOS EVOLUCIONÁRIOS	83
2.15.1	Algoritmos genéticos	84
2.16	REFERENCIAL NORMATIVO	86
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	88
3.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	88
3.1.1	Variáveis de projeto	89
3.1.2	Funções objetivo	90
3.1.3	Restrições	91
3.1.4	Custos unitários	93
3.1.5	Cargas de projeto	94
3.1.6	Implementação computacional	96
3.1.6.1	<i>Configuração inicial da ferramenta de otimização</i>	<i>97</i>
4	APLICAÇÕES NUMÉRICAS E ANÁLISE DOS RESULTADOS	104
4.1	CASO DE ESTUDO 01: VÃO DE 5,0 M.....	106
4.1.1	Caso 01-A: Concreto C25	106
4.1.2	Caso 01-B: Concreto C30.....	108
4.1.3	Caso 01-C: Concreto C35	109
4.1.4	Caso 01-D: Concreto C40	111
4.1.5	Caso 01-E: Concreto C45.....	113
4.1.6	Caso 01-F: Concreto C50.....	115
4.2	CASO DE ESTUDO 02: VÃO DE 6,0 M.....	117
4.2.1	Caso 02-A: Concreto C25	118
4.2.2	Caso 02-B: Concreto C30.....	119
4.2.3	Caso 02-C: Concreto C35	121
4.2.4	Caso 02-D: Concreto C40	123
4.2.5	Caso 02-E: Concreto C45.....	125
4.2.6	Caso 02-F: Concreto C50.....	127
4.3	CASO DE ESTUDO 03: VÃO DE 7,0 M.....	129
4.3.1	Caso 03-A: Concreto C25	130
4.3.2	Caso 03-B: Concreto C30.....	131
4.3.3	Caso 03-C: Concreto C35	133
4.3.4	Caso 03-D: Concreto C40	135
4.3.5	Caso 03-E: Concreto C45.....	137
4.3.6	Caso 03-F: Concreto C50.....	139

4.4	CASO DE ESTUDO 04: VÃO DE 8,0 M.....	141
4.4.1	Caso 04-A: Concreto C25	141
4.4.2	Caso 04-B: Concreto C30.....	143
4.4.3	Caso 04-C: Concreto C35	145
4.4.4	Caso 04-D: Concreto C40	147
4.4.5	Caso 04-E: Concreto C45.....	149
4.4.6	Caso 04-F: Concreto C50.....	151
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	154
	REFERÊNCIAS	155

1 INTRODUÇÃO

A engenharia, em termos gerais, pode ser definida como a arte da aplicação criteriosa dos conhecimentos matemáticos e dos princípios científicos, adquiridos através do estudo, da experiência e da prática, no desenvolvimento de meios para o aproveitamento, de maneira econômica, dos materiais e recurso da natureza na resolução de problemas técnicos em benefício da humanidade (ABET, 1986).

Durante o exercício da engenharia, a busca por alternativas racionalizadas, a avaliação das opções viáveis e a tomada de decisão visam chegar à melhor solução possível, isto é, à solução ótima. Esse processo, que pode visar a minimização ou a maximização de uma função objetivo qualquer, é conhecido como otimização. A dificuldade dos problemas técnicos, contudo, frequentemente se encontra na não linearidade dos fenômenos e no conflito entre os vários objetivos a serem atingidos simultaneamente, que podem não resultar em uma única solução ótima, mas em uma série de alternativas factíveis com diferentes prós e contras. Logo, métodos de otimização convencionais, de objetivo único, não são suficientes nos casos de maior complexidade; fazem-se necessários novos conceitos, ferramentas e técnicas para a resolução de tais questões: são os métodos de otimização multiobjetivo.

Existe um sem-número de métodos para se resolver problemas envolvendo mais de um objetivo, como os de gradiente (*hill climbing*), que tendem a ficar retidos em ótimos locais, e os heurísticos de otimização global, dos quais se destacam os algoritmos genéticos. Linden (2008, p. 5 e 43) os descreve como sendo um ramo dos algoritmos evolucionários que podem ser definidos como uma técnica de busca baseada numa metáfora da teoria do processo biológico de evolução natural e aponta que a relevância desta técnica de busca reside em sua eficiência em varrer o espaço de soluções e encontrar soluções próximas da solução ótima, necessitando de pouca interferência humana.

Os algoritmos genéticos podem ser aplicados de forma direta, mediante familiaridade com alguma linguagem de programação, ou através de ferramentas matemáticas pré-configuradas para fazerem uso dessa técnica. Esse é o caso do *SolveXL*[®], um suplemento para o programa Microsoft Excel[®] que acrescenta a possibilidade de se usar algoritmos genéticos na resolução de problemas de otimização.

Na engenharia civil, a área que trata do planejamento, projeto, construção e manutenção de sistemas estruturais é a engenharia estrutural. O fim que se busca com o projeto estrutural é a concepção de um conjunto onde os elementos que o compõem atendam às necessidades para as quais serão construídos, satisfazendo condições econômicas, de segurança, de utilização,

estéticas, ambientais, construtivas e legais (MARTHA, 2017, p. 1). Além disso, as estruturas devem atender a regulamentações normativas de desempenho, em sua maioria de responsabilidade da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), bem como a aspectos de projeto concernentes à durabilidade e à vida útil de serviço.

Dentre os elementos estruturais, as lajes têm preponderante impacto nos custos e no consumo de materiais das edificações. Tradicionalmente, nas estruturas usuais de concreto armado com múltiplos pavimentos, a laje maciça é o tipo mais utilizado e, de acordo com Franca e Fusco (1997), chega a representar 2/3 do volume total de concreto da estrutura. Entretanto, com a tendência de arrojo nas formas da arquitetura contemporânea e a complexa tarefa de melhor dispor o sistema estrutural nos espaços, surge também a necessidade de se vencer maiores vãos, o que representa uma limitação prática e econômica no uso das lajes maciças.

A limitação prática da adoção de lajes maciças, nas situações em que há grandes vãos, é a necessidade de se aumentar a espessura da laje a fim de atender aos critérios de pequenos deslocamentos transversais, o que gera um aumento na área de concreto situada abaixo da linha neutra, ou seja, submetida a tensões de tração por conta da flexão; sendo desprezível a resistência do concreto à tração no estado-limite último (ELU), o material abaixo da linha neutra não apresenta função estrutural (atua apenas na proteção da armadura tracionada), embora contribua consideravelmente para o aumento do peso próprio do elemento (SILVA, 2005). Disto decorre a limitação econômica, uma vez que, nestes casos, o maior consumo de materiais não se traduz em melhor desempenho.

Uma solução estrutural mais viável e largamente utilizada para superar as limitações acima descritas é o uso de lajes nervuradas que, segundo a ABNT NBR 6118:2014, “são lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”. Em suma, neste tipo de laje, parte da área de concreto que estaria submetida à tração é substituída por vazios (ou células), cumprindo, portanto, a tarefa de vencer maiores vãos com menor consumo de materiais.

Como os diversos objetivos inerentes à engenharia estrutural tendem a ser conflitantes entre si, esse é um campo da ciência onde a adoção de rotinas de otimização multiobjetivo tem grande potencial de contribuir para o aperfeiçoamento dos processos e para o melhor emprego dos recursos.

1.1 JUSTIFICATIVA

A indústria da construção civil é um dos mais importantes setores produtivos da economia nacional, uma vez que, além de colaborar sobremaneira na oferta de empregos diretos e indiretos, e de participar significativamente na arrecadação tributária, possibilita o crescimento e a dinamização dos demais setores da cadeia produtiva, através da atuação na infraestrutura. Além disso, as atividades da construção civil também são determinantes para o desenvolvimento social, visto que permitem mitigar os déficits habitacional e de saneamento existentes.

Segundo informativo econômico da Câmara Brasileira da Indústria da Construção (CBIC), a construção civil foi responsável por cerca de 22% do Produto Interno Bruto (PIB) da indústria, considerando um percentual médio da última década (de 2011 a 2020). Adicionalmente, na média dos últimos 10 anos, a construção realizou 49,46% da Formação Bruta de Capital Fixo (FBCF)¹ da economia, sendo responsável por quase 50% dos investimentos. Durante esse mesmo período, a construção civil respondeu por cerca de 5% do PIB do país.

Dado que a realização de empreendimentos construtivos demanda grandes volumes de materiais e tem alto custo associado, a racionalização dos processos de escolha e dimensionamento dos sistemas estruturais, com ênfase na minimização dos custos, vem recebendo crescente atenção por parte de profissionais e acadêmicos, como bem demonstram os estudos de Silva (2000), Bordignon (2010), Medeiros (2012), Marcolin (2013), Fabeane (2015), Boscardin (2017), Bezerra (2017) e Nunes (2018).

Essa realidade se torna ainda mais evidente diante de eventos de larga escala, de natureza social, sanitária ou militar, que causam distúrbios em toda a cadeia produtiva, afetando a disponibilidade de materiais e elevando de forma brusca e imprevista os preços dos insumos, gerando impactos que por vezes podem ser observados anos após sua ocorrência.

Não obstante a necessidade de redução de custos, as estruturas de concreto armado devem apresentar um desempenho satisfatório ao longo de sua vida útil. Mehta e Monteiro (2006, p. 122) alertam que os custos com reparos e substituições em estruturas, devido às falhas nos materiais, representam parte considerável do orçamento total das construções. Neste âmbito, Souza e Ripper inferem que “a modelização do mecanismo de estudo da durabilidade passa pela avaliação e compatibilização entre a agressão ambiental, por um lado, e a qualidade do concreto e da estrutura, por outro” (1998, p. 19). Deste modo, o engenheiro estrutural deve se

¹ Indicador que mostra como o investimento em ativos fixos pode aumentar a capacidade produtiva.

atentar para os indicadores de qualidade material do concreto, como porosidade, permeabilidade, relação água/aglomerante, resistência mecânica etc., assim como deve considerar as características de agressividade ambiental do local onde a estrutura estará inserida.

Outro ponto a ser destacado é que, devido ao efeito de escala do uso do concreto, pequenos ganhos unitários podem representar valores robustos na economia de matéria-prima, no consumo de energia e na emissão de gases tóxicos, além do potencial de utilização, em larga escala, de resíduos provenientes de outros processos industriais (ISAIA, 2011, p. 1).

Neste contexto, o dimensionamento otimizado de lajes nervuradas de concreto armado, visando a minimização de custos em concomitância com a maximização da vida útil do elemento estrutural, adquire destacada relevância.

1.2 OBJETIVOS

À luz do tema abordado, nos itens a seguir encontram-se dispostas as metas almejadas com a realização deste estudo.

1.2.1 Objetivo geral

O principal objetivo do trabalho consiste em efetuar, por meio da aplicação de um algoritmo genético, o dimensionamento otimizado de lajes nervuradas de concreto armado, buscando a minimização dos custos totais de concreto, aço e fôrmas, ao mesmo tempo em que visa a maximização da vida útil da estrutura.

1.2.2 Objetivos específicos

Para tal, devem ser atingidos os seguintes objetivos específicos:

- a) estudo dos fatores que impactam na vida útil das estruturas de concreto armado;
- b) estudo dos conceitos relevantes sobre otimização multiobjetivo e algoritmos genéticos;
- c) formulação do problema;
- d) aplicação do algoritmo NSGA-II na resolução do problema;
- e) verificação da influência dos parâmetros do método nos resultados da otimização e no tempo de execução do algoritmo NSGA-II;

- f) avaliação, perante os resultados obtidos, da viabilidade do método quanto à minimização dos custos e quanto à maximização da vida útil de lajes nervuradas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Otimizar um determinado projeto exige que, de antemão, haja uma robusta compreensão dos materiais envolvidos e de suas principais propriedades. Da mesma forma, é preciso ter uma visão global dos processos a serem executados durante o projeto, para que possam ser identificados os pontos suscetíveis de aprimoramento e, por conseguinte, para que seja escolhida a técnica mais adequada para a consecução da tarefa.

Nesse intuito, no que tange ao objetivo do presente trabalho, a revisão da literatura tem grande valia, não só porque fornece subsídios para a aquisição dos conhecimentos básicos já estabelecidos, mas também porque possibilita a atualização quanto aos conceitos mais atuais ou estado da arte de cada assunto.

A seguir, do item 2.1 ao 2.16, discutem-se os principais tópicos abarcados pelo trabalho. Para tal fim, foram consultados livros, trabalhos acadêmicos e artigos científicos, de origem nacional e estrangeiros.

2.1 ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Mehta e Monteiro (2006, p. 10) descrevem o concreto como sendo um material composto que consiste, essencialmente, de um meio contínuo aglomerante – que, no caso dos concretos hidráulicos, é formado pela mistura de cimento hidráulico² e água –, no interior do qual encontram-se mergulhadas partículas ou fragmentos de agregados.

Atualmente, o principal aglomerante hidráulico utilizado na produção do concreto é o cimento Portland, um produto da mistura íntima de calcário, argila ou outros materiais silicosos, alumina e materiais que contenham óxido de ferro. Essa mistura passa por um processo de queima à temperatura de clínquerização ($\pm 1.400^{\circ}\text{C}$) e, após ser resfriado, o material resultante dessa queima, o clínquer, recebe uma determinada quantidade de gipsita (sulfato de cálcio) e é submetido à moagem.

O inventor formal do cimento Portland foi Joseph Aspdin (1778 – 1855), pedreiro e construtor inglês que, em 1817 se instalou na cidade de Leeds e, depois de inúmeras experiências, em 1824, obteve a patente denominada *An Improvement in the Modes of Producing an Artificial Stone*³, a qual batizou com o nome de cimento Portland (ISAIA, 2011, p. 12).

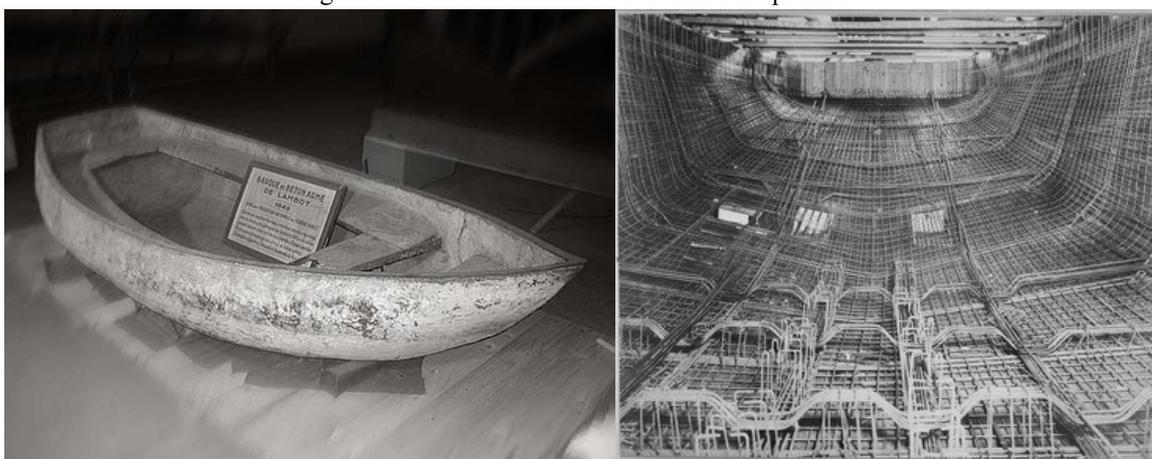
² Material que endurece pela ação da água sem, no entanto, sofrer alterações químicas pela exposição à água ao longo do tempo.

³ Um Aprimoramento no Modo de Produzir uma Pedra Artificial.

Ao longo das décadas seguintes do século XIX a fabricação do cimento Portland foi aperfeiçoada, expandindo-se pela Europa e chegando até a América. A partir do século XX, a produção de cimento sofreu melhoramentos ainda mais significativos, trazendo mais qualidade e eficiência ao conjunto de processos de fabricação, conseqüentemente, tornando o cimento um material mais confiável e com um custo mais compatível devido ao seu maior consumo pela indústria (ISAIA, 2011, p. 13-14).

A primeira aplicação do cimento Portland com armadura é creditada a Joseph-Louis Lambot (1814 – 1887), que em 1845 construiu um barco feito de cimento e reforçado com barras de ferro, como pode ser visto na Figura 1. Em 1855, Lambot expôs sua invenção na Exposição de Paris, despertando o interesse de outros entusiastas e inventores (ISAIA, 2011, p. 15). A partir daí, deu-se início à crescente aplicação dessa solução como alternativa construtiva em fachadas de edifícios, vigas e pequenas pontes armadas, até chegar às estruturas de concreto armado correntes.

Figura 1 - Barco de Lambot e sua armadura primitiva



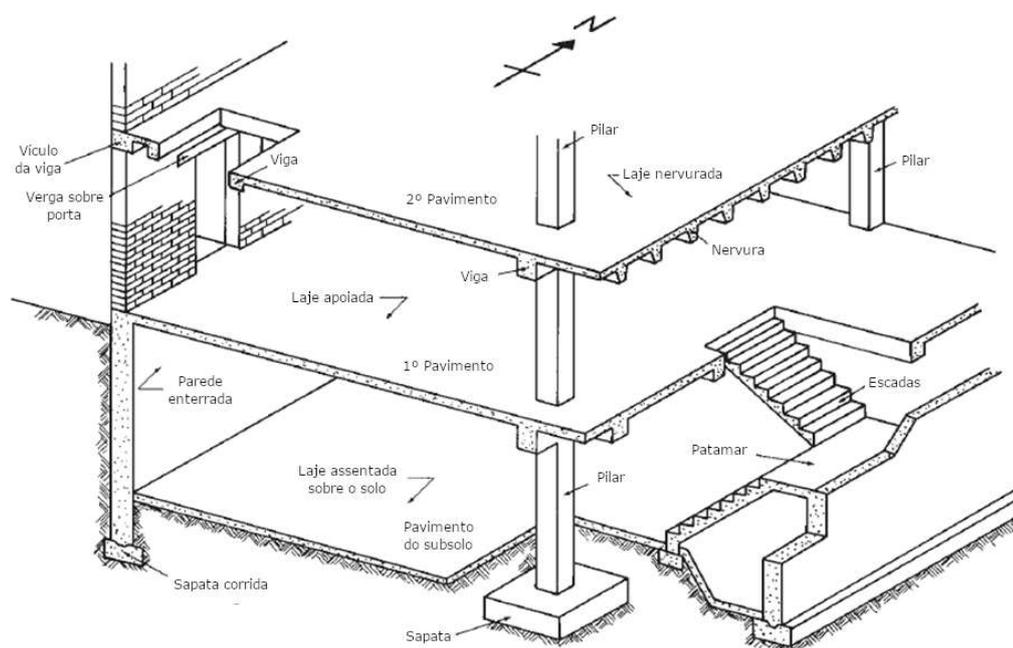
Fonte: Maison Lambot, 2021.

Diversos são os motivos que levam o concreto de cimento Portland a ser, há décadas, o material mais amplamente empregado na engenharia e, especificamente, na indústria da construção. Dentre os principais, destacam-se: a resistência à água, inclusive em ambientes agressivos, tanto naturais quanto industriais; a facilidade na execução de elementos estruturais, devido à consistência plástica do concreto fresco, que permite ao material fluir nas fôrmas pré-fabricadas em uma variedade de formas e tamanhos; o fato de o concreto continuar a ser mais barato e estar mais facilmente disponível no canteiro, se comparado aos demais materiais usados na constituição de estruturas (MEHTA; MONTEIRO, 2006, p. 4-8).

Para fins estruturais, o concreto simples não é adequado como elemento resistente, pois, embora apresente considerável resistência à compressão, pouco resiste à tração – de acordo com Mehta e Monteiro (2006, p. 15-16), as resistências à tração e à flexão típicas do concreto são da ordem de 10 a 15%, respectivamente, da resistência à compressão. Entretanto, nas edificações usuais, esse tipo de solicitação frequentemente está presente, conseqüentemente, é preciso associar o concreto a outro material que apresente boa resistência à tração e que seja mais deformável, como é o caso do aço, que deve ser posicionado longitudinalmente na região tracionada do elemento estrutural. Ambos os materiais trabalham solidariamente frente aos esforços solicitantes, por conta da aderência entre a superfície do aço e o concreto que o envolve. No momento em que há deformação e ocorrência de regiões fissuradas no concreto, as barras de aço tracionadas são solicitadas e tendem a ser alongadas, caracterizando, assim, as armaduras passivas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2020, p. 19-20).

Na Figura 2, encontram-se exemplificados alguns tipos de laje e outros elementos construtivos de concreto armado em edificações usuais.

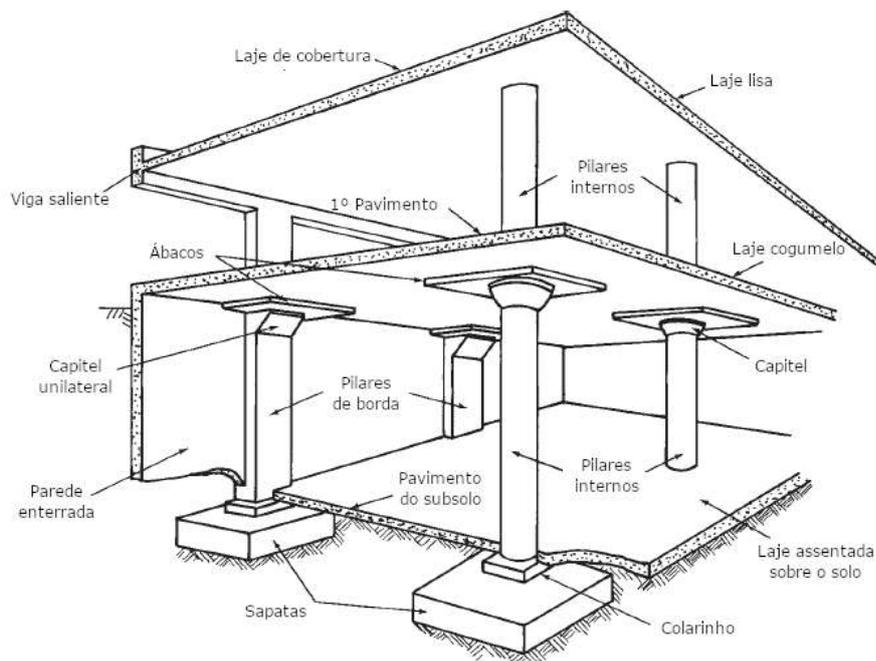
Figura 2 - Elementos construtivos de concreto armado em edifícios usuais



Fonte: Adaptada de Wight e MacGregor, 2012.

Em complemento à Figura 2, a Figura 3 traz outros elementos comumente observados nas edificações de concreto armado.

Figura 3 - Outros elementos construtivos de concreto armado em edifícios usuais



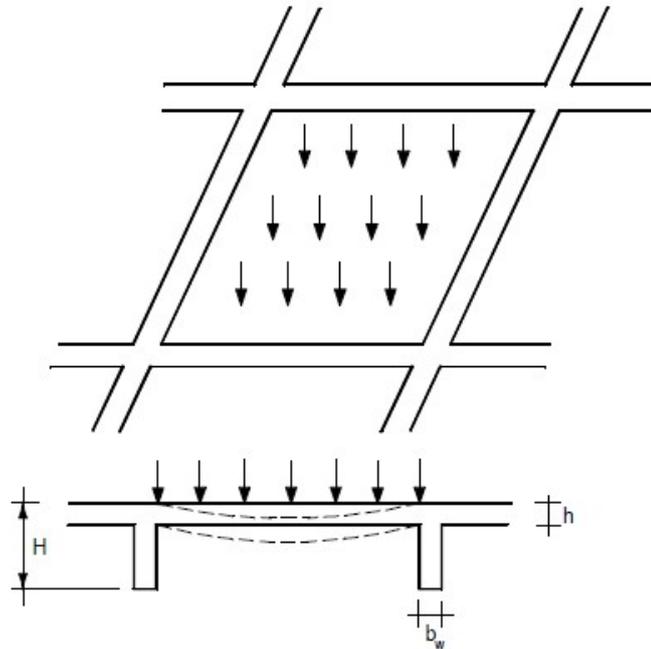
Fonte: Adaptada de Wight e MacGregor, 2012.

A NBR 6118:2014 define os elementos de concreto armado como sendo “aqueles cujo comportamento estrutural depende da aderência entre concreto e armadura, e nos quais não se aplicam alongamentos iniciais das armaduras antes da materialização dessa aderência”.

2.2 LAJES NERVURADAS

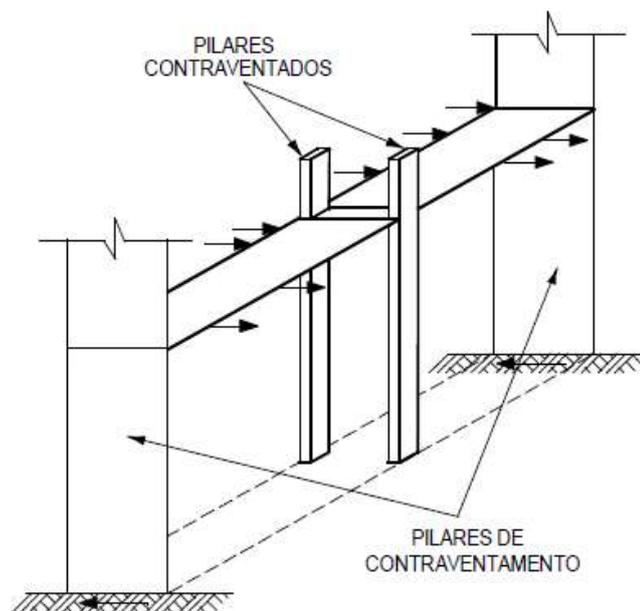
As lajes são elementos estruturais planos que compõem os pavimentos das edificações e são classificados como placas (Figura 4), em que uma das dimensões é pequena em relação às demais, e cuja ação predominante incide perpendicularmente ao plano formado pelas duas maiores dimensões (KRIPKA, 2011, p. 22). Adicionalmente, podem ser classificadas como chapas (Figura 5), quando se constituem em diafragmas rígidos horizontais, devido à elevada rigidez no plano, e distribuem aos pilares da estrutura as forças horizontais atuantes (FRANCA; FUSCO, 1997).

Figura 4 - Representação do comportamento de placa das lajes



Fonte: Franca e Fusco, 1997.

Figura 5 - Representação do comportamento de chapa das lajes



Fonte: Franca e Fusco, 1997.

Nos sistemas estruturais convencionais de concreto armado, os carregamentos atuantes nas lajes, oriundos das cargas acidentais e permanentes, transmitem-se às vigas e, após, descarregam nos pilares até chegar às fundações, onde as cargas serão transmitidas diretamente ao solo portante. No caso de edifícios altos, as lajes têm grande importância na transmissão dos esforços horizontais entre os pórticos da estrutura, o que permite aos pilares contraventados se apoiarem nos pilares de contraventamento, garantindo assim a estabilidade global da edificação (FRANCA; FUSCO, 1997).

Tradicionalmente, o sistema de lajes maciças é tido como adequado e vantajoso economicamente quando se necessita vencer vãos entre 3,5 e 5 m. As lajes nervuradas, por sua vez, têm sido aplicadas em edifícios de múltiplos pavimentos na transposição de vãos variando entre 6 e 12 m, podendo inclusive vencer vão maiores, segundo Droppa Júnior (1999). De acordo com Sacramento, Picanço e Oliveira (2018), para vãos a partir de 6 m, a espessura de uma laje plana necessária para transmitir os esforços de cisalhamento ao pilar excede a espessura necessária para resistir aos esforços de flexão e, para reduzir o consumo de material e diminuir os momentos na laje por conta do peso próprio, parte do concreto ao longo do vão pode ser removida ao mesmo tempo em que deve ser mantida a espessura na região dos apoios.

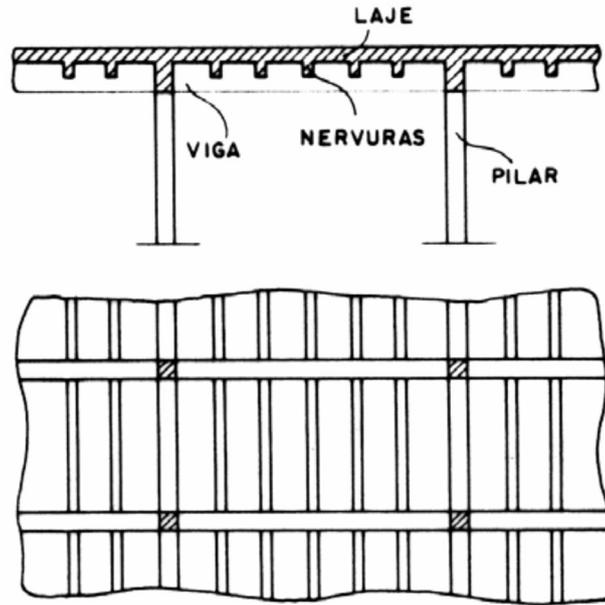
Com relação às lajes nervuradas, Albuquerque afirma que:

[...] são por definição um conjunto de nervuras solidarizadas por uma mesa de concreto. O fato de as armaduras serem responsáveis pelos esforços resistentes de tração permite que a zona tracionada seja discretizada em forma de nervuras, não comprometendo a zona comprimida, que será resistida pela mesa de concreto (1999).

As vantagens da laje nervurada como alternativa estrutural de sistemas de pavimentos são a diminuição no volume de concreto consumido, apesar de apresentar maior altura total se comparada à laje maciça convencional, a redução do peso próprio e o sistema de fôrmas aprimorado, o que facilita a montagem e agiliza o andamento da obra (SACRAMENTO; PICANÇO; OLIVEIRA, 2018).

A Figura 6 e a Figura 7 exemplificam os modelos de lajes nervuradas apoiadas sobre vigas, armadas em uma e em duas direções, respectivamente.

Figura 6 - Elementos de uma laje nervurada, armada em uma direção, apoiada sobre vigas



Fonte: Giongo, 2007.

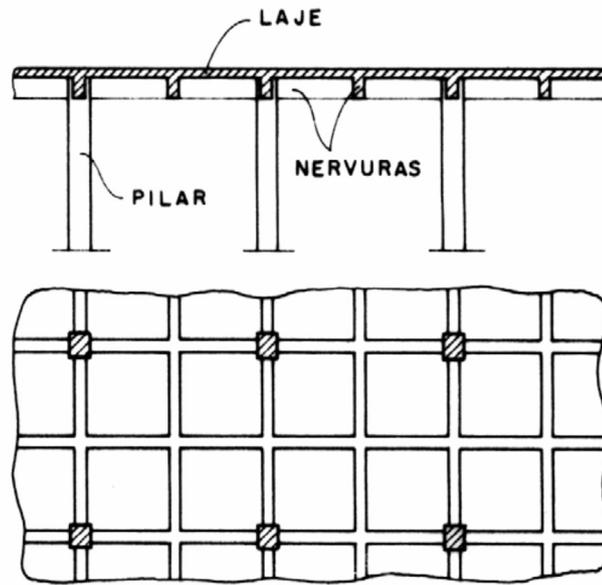
Figura 7 - Laje nervurada, armada em duas direções, apoiada sobre vigas



Fonte: AECWEB, 2021.

Já a Figura 8 e a Figura 9, por outro lado, demonstram exemplos de lajes nervuradas, armadas em duas direções, apoiadas diretamente sobre pilares.

Figura 8 - Elementos de uma laje nervurada, armada em duas direções, apoiada diretamente sobre pilares



Fonte: Giongo, 2007.

Figura 9 - Laje nervurada, armada em duas direções, apoiada diretamente sobre pilares



Fonte: ATEX, 2021.

Além dos modelos acima dispostos, existem outros tipos de lajes nervuradas cujas características podem contribuir para as diferentes situações de projeto, sendo possível atender virtualmente qualquer comprimento de vão e condição de carregamento. Quanto à forma de fabricação, contudo, as lajes nervuradas podem ser de dois tipos: moldadas *in loco* ou executadas com nervuras pré-fabricadas.

2.2.1 Lajes nervuradas moldadas no local

São lajes nervuradas em que todas as etapas de execução se realizam no local de instalação da obra (Figura 10). Neste tipo de laje, faz-se necessário o uso de fôrmas e de escoramentos, bem como de material de enchimento. É possível substituir os materiais inertes por fôrmas plásticas reaproveitáveis (Figura 11), metálicas ou em polipropileno, cujas dimensões são moduladas, demandando a utilização de desmoldantes semelhantes aos empregados nas lajes maciças (PINHEIRO, 2007a).

Figura 10 - Laje nervurada moldada no local



Fonte: ATEX, 2021.

Figura 11 - Molde plástico reutilizável



Fonte: Bezerra, 2017.

Também conhecidas como cubetas, essas fôrmas têm faces laterais levemente inclinadas e cantos arredondados, o que facilita o processo de desmoldagem e permite sua reutilização por

diversas vezes. Ao contrário dos blocos de enchimento, as cubetas não contribuem para o peso próprio da laje.

A utilização dos moldes plásticos recuperáveis, de modo geral, torna-se vantajosa economicamente nas situações em que há múltiplos pavimentos a serem concretados; nos demais casos, é preferível adotar a solução com fôrma perdida.

2.2.2 Lajes nervuradas com nervuras pré-moldadas

Nas lajes deste tipo, de acordo com Pinheiro (2007a), as nervuras consistem em vigotas pré-moldadas que não requerem o uso do tabuleiro da fôrma convencional. Estas vigotas têm capacidade de suportar seu peso próprio e as solicitações de construção, demandando apenas a adoção de cimbramentos⁴ intermediários. Além das vigotas, essas lajes recebem elementos de enchimento (que são dispostos sobre os elementos pré-moldados), e são constituídas de concreto moldado no local.

As vigotas pré-moldadas podem ser do tipo trilho (Figura 12) ou treliçadas (Figura 13), em concreto armado ou protendido, com os vazios entre as nervuras preenchidos por materiais mais leves e inertes, tais como as lajotas cerâmicas ou os blocos de poliestireno expandido (EPS), que suportam as solicitações decorrentes do processo de montagem do sistema, mas não têm função estrutural (BEZERRA, 2017).

Figura 12 - Laje com nervuras tipo trilho e preenchimento de vazios com lajotas cerâmicas



Fonte: Bezerra, 2017.

⁴ Conjunto de todos os sistemas estruturais provisórios, tanto verticais (escoras), como horizontais (vigas e fôrmas para laje).

Figura 13 - Laje com nervuras tipo treliça e preenchimento de vazios com EPS



Fonte: Bezerra, 2017.

2.3 CONSIDERAÇÕES GERAIS DE PROJETO

Todas as exigências dimensionais objetivam evitar um desempenho inaceitável do elemento estrutural ao longo de sua vida útil e seguem as diretrizes normativas da NBR 6118:2014 em seu item 13.2.

A prática usual dos projetos de lajes nervuradas consiste em adotar painéis com vãos maiores que os das lajes maciças, apoiados em vigas com maior rigidez do que a das nervuras.

2.3.1 Espessura da mesa

Quando não existirem tubulações horizontais embutidas, a espessura da mesa (h_f) deve ser maior ou igual a $1/15$ da distância entre as faces das nervuras (l_0) e não menor que 4 cm.

Quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm, o valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser de 5 cm. Para tubulações com diâmetro Φ superior a 10 mm, a mesa deve ter espessura mínima de $4 \text{ cm} + \Phi$, ou $4 \text{ cm} + 2\Phi$ no caso de haver cruzamento destas tubulações.

2.3.2 Espessura das nervuras

A espessura das nervuras (b_w) não pode ser inferior a 5 cm; nervuras com espessura inferior a 8 cm não podem conter armadura de compressão.

2.3.3 Largura colaborante

O item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014 estabelece que, quando a estrutura for modelada sem considerar automaticamente a ação conjunta de lajes e vigas, pode-se incluir esse efeito através da adoção de uma largura colaborante (b_f) de laje associada à viga, constituindo uma seção transversal T .

Considerar uma seção T permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos atuantes na estrutura de maneira mais realista.

De acordo com a NBR 6118:2014, a largura colaborante é definida pela espessura da viga b_w acrescida de no máximo 10% da distância (a) entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que existir laje colaborante.

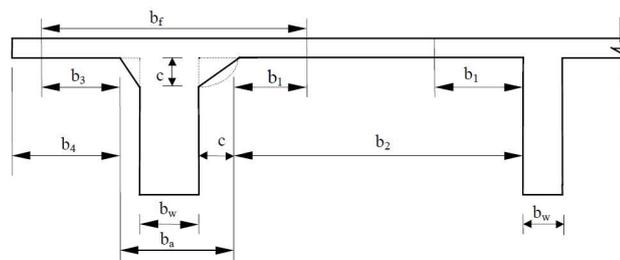
A norma diz que a distância a depende do comprimento (ℓ) do tramo considerado e pode ser estimada da seguinte forma:

- viga simplesmente apoiada: $a = 1,00 \cdot \ell$;
- tramo com momento em uma só extremidade: $a = 0,75 \cdot \ell$;
- tramo com momentos nas duas extremidades: $a = 0,60 \cdot \ell$;
- tramo em balanço: $a = 2,00 \cdot \ell$.

Essa distância a pode ser obtida ou verificada, alternativamente, examinando-se os diagramas de momentos fletores na estrutura. Para tanto, devem ser respeitados os limites b_1 e b_3 , de acordo com a Figura 14 e com a Figura 15.

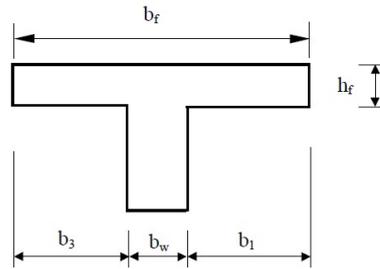
$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 \\ 0,1 \cdot a \end{cases} \quad b_3 \leq \begin{cases} b_4 \\ 0,1 \cdot a \end{cases}$$

Figura 14 - Largura da mesa b_f colaborante no conjunto



Fonte: Pinheiro, 2007a.

Figura 15 - Largura da mesa colaborante b_f com elemento isolado



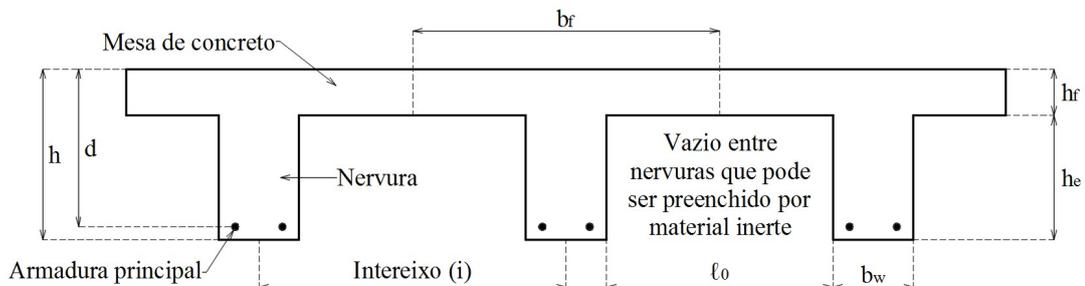
Fonte: Pinheiro, 2007a.

2.3.4 Critérios gerais de projeto

As condições que regem os projetos de lajes nervuradas estão atreladas ao espaçamento entre eixos de nervuras (i).

- Para lajes com $i \leq 65$ cm, dispensa-se a verificação da flexão na mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- Para lajes com $65 \text{ cm} < i \leq 110$ cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas – essa verificação pode ser realizada como lajes se $i \leq 90$ cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- Para lajes com $i > 110$ cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os limites mínimos de espessura.

Figura 16 - Seção típica de uma laje nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3.5 Vinculações

As lajes, de modo geral, podem ter suas bordas apoiadas, engastadas ou em balanço. No caso das lajes nervuradas, porém, recomenda-se evitar engastes e balanços, uma vez que, nessas situações, ocorrem esforços de compressão na face inferior do elemento, região em que a área de concreto se encontra reduzida, sendo também baixa a resistência a essa solicitação.

Havendo necessidade de engastamento, Pinheiro (2007a) argumenta que são possíveis duas providências:

- Limitar o momento fletor ao valor correspondente à resistência da nervura à compressão;
- Utilizar mesa na parte inferior (laje dupla) ou região maciça de dimensão adequada.

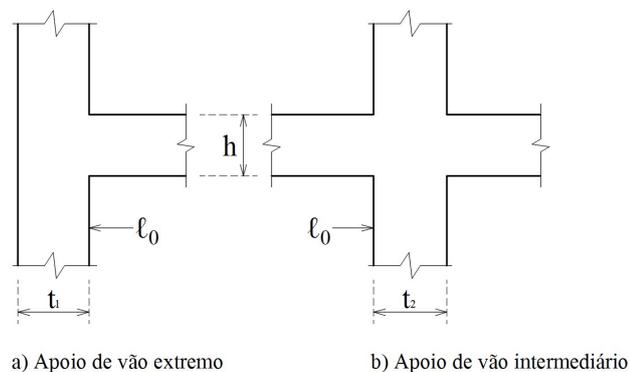
2.3.6 Vãos efetivos de lajes ou placas

No caso em que os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos no que diz respeito à translação vertical, a NBR 6118:2014 indica a expressão a seguir para o cálculo do vão efetivo:

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Os valores de a_1 e a_2 , para cada extremidade do vão, podem ser determinados pelos valores apropriados de a_i , definidos com base na Figura 17.

Figura 17 - Vão efetivo



Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

O cálculo dos valores de a_i obedece a relações comparativas envolvendo dimensões dos apoios de vãos (t_1 , t_2) e espessura da placa (h), conforme disposição abaixo.

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases}$$

Segundo Bocchi Júnior e Giongo (2007), para a maioria das lajes nervuradas em situações convencionais, o vão efetivo pode ser considerado igual à distância entre os centros dos apoios (vigas), que usualmente apresentam larguras entre 12 e 20 cm. Nas situações em que as lajes nervuradas estiverem apoiadas sobre vigas de transição (vigas de grande largura), faz-se necessária a aplicação da regra acima citada.

2.4 AÇÕES E ESFORÇOS SOLICITANTES

Ações são definidas pela ABNT NBR 6120:2019 (item 3.1) como sendo causas que desencadeiam esforços solicitantes sobre as estruturas, com capacidade de produzir ou alterar as deformações ou o estado de tensão nos elementos estruturais. Na prática, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações. Por vezes, as deformações impostas são designadas por ações diretas e as forças, por ações indiretas.

Incidem sobre as lajes nervuradas ações que podem ser separadas em permanentes diretas e variáveis normais, ambas sob prescrições normativas da NBR 6118:2014 e da NBR 6120:2019.

2.4.1 Ações permanentes diretas

As ações permanentes são aquelas que mantêm seus valores praticamente constantes durante toda a vida útil da edificação. Também estão incluídas entre as ações permanentes aquelas que aumentam no transcorrer do tempo e tendem a um valor-limite constante.

Recomenda-se que essas ações sejam consideradas com seus valores representativos mais desfavoráveis para a segurança.

Fazem parte das ações permanentes diretas o peso próprio da estrutura, os pesos dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes e dos empuxos permanentes.

A NBR 6118:2014 se aplica aos concretos de massa específica normal, ou seja, aqueles que têm massa específica (ρ_c) compreendida entre 2.000 kg/m³ e 2.800 kg/m³. Se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, pode-se adotar para o concreto armado o valor de 2.500 kg/m³ ou 25 kN/m³.

Quanto às massas específicas dos materiais de construção correntes, tais como os utilizados nos revestimentos e nos enchimentos, deve-se recorrer aos valores indicados na NBR 6120:2019. Os pesos das instalações permanentes devem ser considerados com os valores nominais indicados pelos respectivos fornecedores.

Em geral, para o dimensionamento de lajes de concreto armado, adotam-se como ações permanentes: o peso próprio da laje, o piso, o contrapiso, e os revestimentos do teto e das paredes.

Bocchi Júnior e Giongo (2007) indicam que as ações permanentes diretas devem ser consideradas uniformemente distribuídas em toda a área da laje. Embora seja uma simplificação, os resultados obtidos são satisfatórios e facilitam o processo de dimensionamento das lajes nervuradas (BOCCHI JÚNIOR, 1995).

2.4.2 Ações variáveis normais

As ações variáveis diretas, de acordo com o item 11.4.1 da NBR 6118:2014, são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, pela ação do vento e da água, devendo-se respeitar as prescrições feitas pelas normas nacionais pertinentes.

Com relação às ações variáveis normais (ou sobrecargas de utilização), Bocchi Júnior e Giongo afirmam:

São as constituídas pelos móveis, pessoas e objetos destinados ao pleno funcionamento do ambiente previsto no projeto arquitetônico. [...] É necessário, portanto, que durante a vida útil da construção, as condições de ocupação dos ambientes [...] sejam respeitadas, caso contrário, pode-se submeter as lajes e, conseqüentemente, toda a estrutura, a ações maiores do que aquelas consideradas, colocando em risco a segurança (2007).

Essas ações têm probabilidade de ocorrência suficientemente grande para que sejam obrigatoriamente consideradas no projeto estrutural de certas edificações. Em seu item 6.2, a NBR 6120:2019 estabelece que as estruturas devem ser projetadas para suportar os valores característicos nominais das cargas variáveis, de acordo com a finalidade específica de uso da edificação ou de suas partes. Nos casos em que as áreas estiverem sujeitas a diversas categorias

de utilização, para fins de cálculo, deve-se optar pela categoria que produz os efeitos mais desfavoráveis.

Para os edifícios residenciais, os valores mais usuais de sobrecarga de utilização são tabelados pela NBR 6120:2019 e se encontram parcialmente reproduzidos na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores característicos nominais das cargas variáveis para edifícios residenciais

	Local	Carga uniformemente distribuída (kN/m²)
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5
	Sala, copa, cozinha	1,5
	Sanitários	1,5
	Dispensa, área de serviço e lavanderia	2,0
	Salão de festas, salão de jogos	3,0 ^a
	Áreas de uso comum	3,0 ^a
	Sótão	2,0 ^a
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5
	Corredores de uso comum	3,0
	Depósitos	3,0

^a Redução de cargas variáveis não permitida.

Fonte: Adaptada de NBR 6120, 2019.

Da mesma forma, segundo tabela formulada pela NBR 6120:2019, os valores de sobrecarga de utilização recomendados para os edifícios comerciais podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores característicos nominais das cargas variáveis para edifícios comerciais

	Local	Carga uniformemente distribuída (kN/m²)
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	Salas de uso geral e sanitários	2,5
	Regiões de arquivos deslizantes	5,0
	Call center	3,0
	Corredores dentro de unidades autônomas	2,5
	Corredores de uso comum	3,0

Fonte: Adaptada de NBR 6120, 2019.

2.4.3 Comportamento estático das lajes nervuradas

De acordo com o item 14.7.7 da NBR 6118:2014, se forem atendidas as exigências quanto às características dimensionais, aos limites de deslocamentos e ao controle de fissuração, todas as prescrições de análise estrutural (verificações dos estados-limite último e de serviço) relativas às lajes maciças são válidas também para as lajes nervuradas. Quando essas exigências não forem observadas, entretanto, deve-se analisar a laje nervurada considerando a capa como laje maciça apoiada em uma grelha de vigas.

Neste contexto, Pinheiro (2007a) corrobora a proposição de que lajes nervuradas podem ser tratadas como placas em regime elástico, assim, o cálculo dos esforços solicitantes em nada difere daquele realizado para lajes maciças.

Bocchi Júnior e Giongo (2007) apontam que o conjunto de vigas (ou nervuras), solidarizadas entre si pela mesa, conferem às lajes nervuradas comportamento estático intermediário entre placa e grelha. Os autores complementam o raciocínio afirmando que nas lajes nervuradas, assim como nas vigas com seção transversal tipo T , a força resultante das tensões de compressão é resistida pela mesa de concreto e parcialmente pelas nervuras, a depender da posição da linha neutra; ao passo que a resultante das tensões de tração é resistida exclusivamente pelas barras da armadura posicionada na região tracionada da nervura.

No caso de lajes nervuradas constituídas por nervuras principais longitudinais dispostas em uma única direção (unidirecionais), a NBR 6118:2014 determina que os cálculos devem considerar a direção das nervuras, desprezando-se a rigidez transversal e a rigidez à torção.

A determinação da norma para as lajes compostas por nervuras principais em duas direções (bidirecionais), ortogonais ou não, para efeito de esforços solicitantes, é calculá-las como lajes maciças.

2.4.3.1 Teoria das placas

Desenvolvido com base na teoria da elasticidade para placas de espessura constante, este método de cálculo de esforços solicitantes e deslocamentos utiliza a integração da equação de Lagrange, que relaciona o deslocamento w com a carga p (soma das ações permanentes e variáveis) distribuída perpendicularmente ao plano da placa (BOCCHI JÚNIOR, 1995; NUNES, 2018).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = - \frac{p(x, y)}{D} \quad (2)$$

Onde:

w = deslocamento na direção normal ao plano da placa;

p = ação ($g + q$) aplicada perpendicularmente ao plano da placa;

x, y = coordenadas cartesianas que indicam a posição de um ponto genérico do plano da placa;

D = módulo de rigidez à flexão da placa, conforme Equação 3.

$$D = \frac{E_c \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3)$$

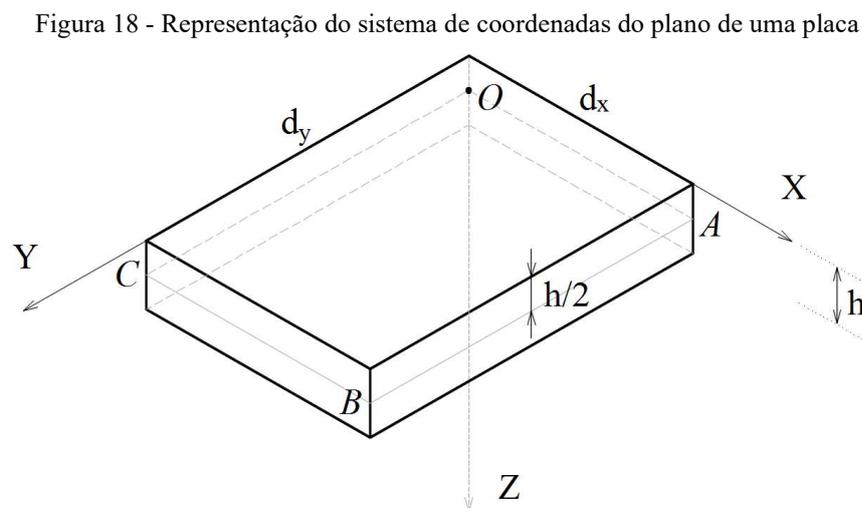
Em que:

E_c = módulo de deformação longitudinal do concreto;

h = altura da laje;

ν = coeficiente de Poisson do concreto.

A equação de Lagrange é válida para qualquer ponto no interior de uma laje e deve ser resolvida com algumas condições de contorno, dependendo das vinculações existentes. A Figura 18 ilustra o sistema de coordenadas cartesianas aplicado na teoria das placas.



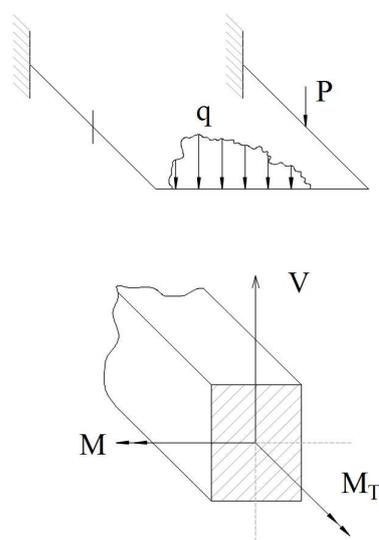
Fonte: Adaptada de Bocchi Júnior, 1995.

2.4.3.2 Teoria das grelhas

Com o advento e a popularização das tecnologias computacionais, a informática aplicada ao cálculo estrutural permitiu maior facilidade na determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos de lajes nervuradas segundo a teoria das grelhas. Como as grelhas apresentam alto grau de hiperstaticidade e deslocabilidade, o cálculo por este método se tornava um obstáculo; os computadores, em conjunto com programas específicos, foram imprescindíveis na superação dessa dificuldade técnica.

A grelha é definida como uma estrutura plana na qual incide ação normal ao seu plano. De acordo com Bocchi Júnior (1995), na análise de grelhas são considerados apenas três esforços internos: um esforço cortante normal ao plano da grelha e um momento fletor nesse plano, desmembrado em duas componentes: uma de flexão, normal ao eixo da barra, e uma de torção, axial à barra. Encontram-se esquematizados na Figura 19 os esforços internos numa certa seção de uma grelha.

Figura 19 - Esforços internos em uma grelha



Fonte: Adaptada de Bocchi Júnior, 1995.

Na determinação de esforços solicitantes e deslocamentos de uma laje nervurada através da teoria das grelhas, Bocchi Júnior e Giongo (2007) explicam que

[...] toda a estrutura resiste às ações, enquanto no cálculo de vigas isoladas apenas uma direção é tida como resistente. Isto faz com que as vigas tenham maiores esforços solicitantes, conseqüentemente, estas possuem maiores dimensões e a estrutura maior peso próprio. Para que o projeto apresente solução econômica, deve-se considerar que a transferência de ações ocorra no plano da estrutura, e só é eficiente se as nervuras

tiverem rigidezes semelhantes. Caso as nervuras em uma das direções sejam muito mais rígidas que as outras, elas absorverão maiores parcelas dos esforços solicitantes, e a transmissão deles ocorrerá em uma única direção.

Os esforços solicitantes nas grelhas são calculados por processos estáticos, dentre os quais se destacam: o processo dos esforços e o processo dos deslocamentos.

2.5 VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA NOS ESTADOS-LIMITE

Estados-limite podem ser entendidos como situações em que as estruturas começam a apresentar desempenho insatisfatório quanto às finalidades a que se destinam (BOCCHI JÚNIOR; GIONGO, 2007).

Nas lajes nervuradas, verificam-se separadamente as resistências da mesa e das nervuras no estado-limite último (ELU). Conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2020, p. 52), esse estado é “aquele relacionado ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura”.

Também devem ser verificados os estados-limite de serviço (ELS), que, apesar de não levarem à ruína, estão diretamente relacionados ao conforto do usuário, à aparência, à durabilidade e à boa utilização funcional das estruturas, seja em relação aos usuários, às máquinas ou aos equipamentos por elas suportados.

2.5.1 Verificações pertinentes às nervuras

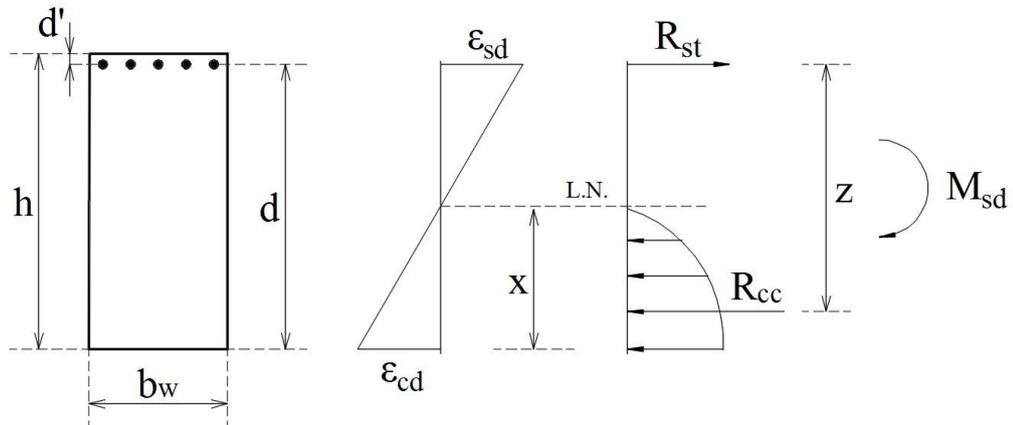
As lajes nervuradas devem ter suas nervuras verificadas, de forma independente, quanto à flexão (tensões normais) e quanto ao cisalhamento (tensões tangenciais).

2.5.1.1 Verificação da resistência das nervuras à ação de momento fletor

Para a verificação da resistência à flexão das nervuras, considera-se como seção resistente a seção transversal T submetida à flexão simples, isto é, sob a ação do momento fletor somente.

Se a mesa da laje nervurada estiver posicionada na face tracionada, a seção resistente é constituída apenas pela nervura, com largura b_w e altura h (Figura 20).

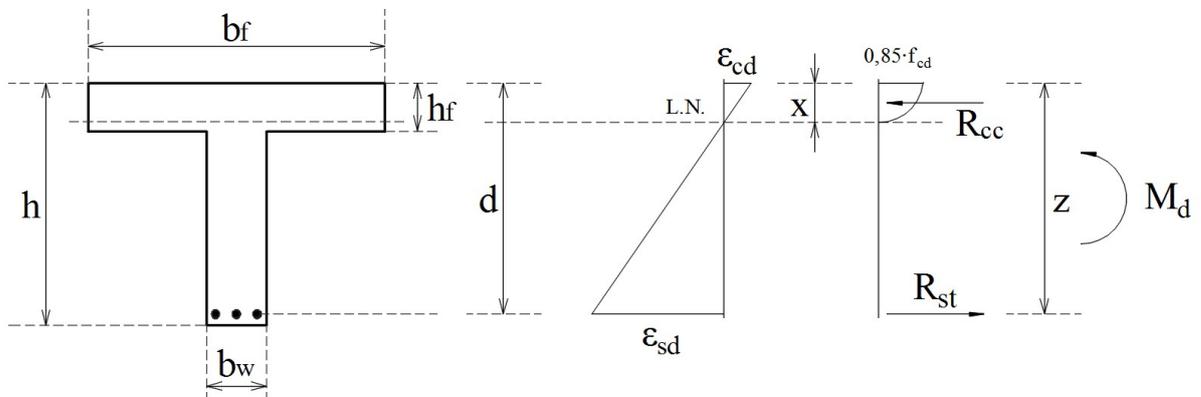
Figura 20 - Mesa da laje nervurada posicionada na face tracionada



Fonte: Adaptada de Bocchi Júnior e Giongo, 2007.

Caso contrário, com a mesa comprimida e sendo interceptada pela linha neutra, a seção resistente passa a ser um falso *T* formado por uma seção retangular de largura b_f e altura h (Figura 21).

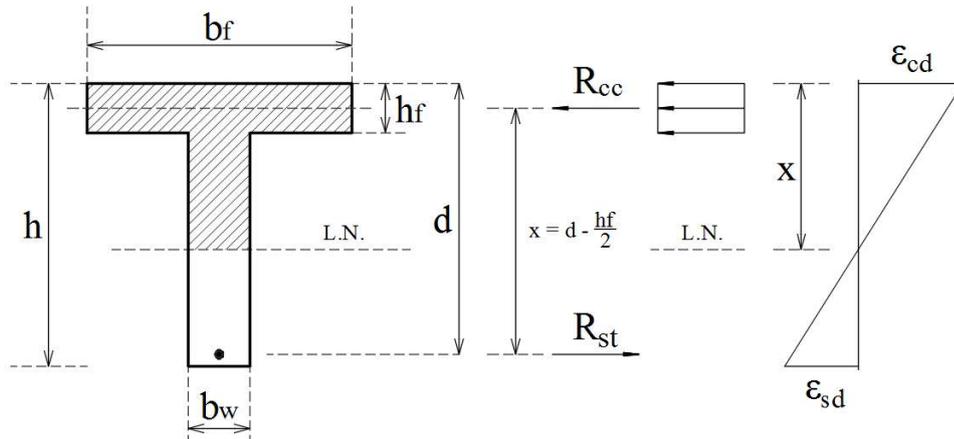
Figura 21 - Linha neutra interceptando a mesa da laje nervurada



Fonte: Adaptada de Bocchi Júnior e Giongo, 2007.

Quando toda a seção transversal da mesa está comprimida, ou seja, quando a linha neutra está posicionada na alma da seção *T* (Figura 22), recai-se no caso de dimensionamento de seções *T* verdadeiras.

Figura 22 - Linha neutra posicionada na alma da laje nervurada

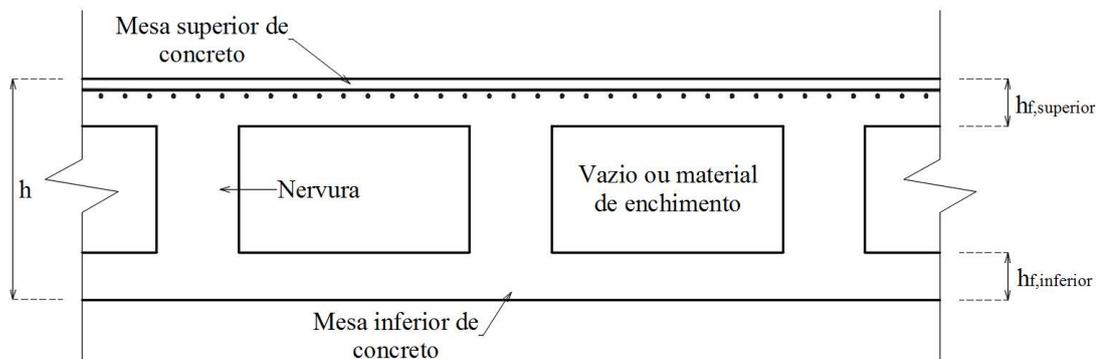


Fonte: Adaptada de Bocchi Júnior e Giongo, 2007.

A situação mais comum nas lajes nervuradas é quando a mesa está comprimida. Nesta configuração, a região com a maior área de concreto resiste à força resultante de compressão, tirando proveito da elevada resistência do material a esse esforço; na região sujeita à força resultante de tração, despreza-se a seção de concreto, que passa a ter meramente a função elemento de ligação e proteção das armaduras. Características que tornam essa situação vantajosa economicamente, se comparada às demais (BOCCHI JÚNIOR; GIONGO, 2007).

A adoção de continuidades nas lajes nervuradas, entretanto, vai na direção oposta da viabilidade econômica, uma vez que acarretam inversão nos momentos fletores nas proximidades dos apoios, de onde surgem esforços de tração na face superior. Uma solução para este caso seria optar pela inversão da mesa ou mesmo pela utilização de mesa dupla (Figura 23). A desvantagem desta medida seria o maior consumo de concreto e, por conseguinte, do peso próprio da estrutura (BOCCHI JÚNIOR; GIONGO, 2007).

Figura 23 - Laje nervurada com mesa dupla e região tracionada na face superior



Fonte: Elaborada pelo autor.

Devem ser consideradas também as taxas mínimas de armadura de flexão ρ_{min} necessárias, de acordo com o item 17.3.5.2.1 da NBR 6118:2014. A Tabela 3 contém os valores de ρ_{min} para concretos do Grupo I de resistência (C20 até C50).

Tabela 3 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas (concretos do Grupo I)

Forma da seção	Valores de ρ_{min} ($A_{s,min}/A_c$) (%)						
	f_{ck} (MPa)						
	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208

Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

Os valores de ρ_{min} estabelecidos na tabela acima pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

2.5.1.2 Verificação da resistência das nervuras à ação de força cortante

A verificação da resistência das nervuras ao cisalhamento segue os critérios de projeto recomendados pela NBR 6118:2014 e depende do intereixo⁵ i , conforme exposto no item 2.3.4 deste trabalho.

A. Verificação do cisalhamento nas nervuras quando $i \leq 65$ cm

Para as lajes nervuradas que se enquadram neste caso, pode-se considerar os critérios de laje na verificação da força cortante na região das nervuras.

Conforme o item 19.4.1 na NBR 6118:2014, as lajes nervuradas podem dispensar a armadura transversal para suportar as forças de tração provenientes da força cortante, se a força cortante de cálculo, a uma distância d da face do apoio, obedecer à expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (4)$$

A força cortante resistente de cálculo, para lajes sem protensão, é definida pela seguinte equação:

⁵ Distância entre eixos de nervuras.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (5)$$

Onde:

τ_{Rd} = tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento: $0,25 \cdot f_{ctd}^6$;

k = coeficiente $\begin{cases} \text{para elementos onde 50\% da armadura inferior não chega até o apoio: } k = |1|; \\ \text{para os demais casos: } k = |1,6 - d|, \text{ não menor que } |1|, \text{ com } d \text{ em metros;} \end{cases}$

$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d}$, não maior que $|0,02|$;

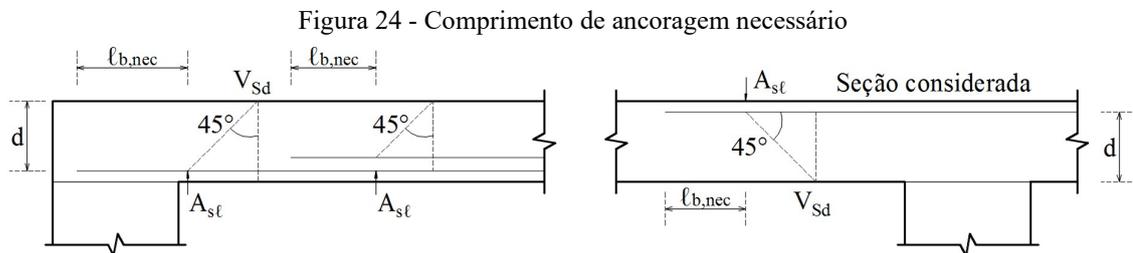
$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c}$;

b_w = largura mínima da seção ao longo da altura útil d ;

$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c^7}$;

A_{s1} = área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + \ell_{b,nec}$ além da seção considerada, com $\ell_{b,nec}$ definido como comprimento de ancoragem necessário (Figura 24);

N_{Sd} = força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (compressão considerada com sinal positivo).



Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

Segundo a NBR 6118:2014, em seu item 8.2.5, a resistência à tração direta f_{ct} pode ser definida por meio de seu valor médio ou característico, através da seguinte equação:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (6)$$

E, para concretos de classe até C50, tem-se que:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (7)$$

⁶ Resistência de cálculo do concreto ao cisalhamento.

⁷ Coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

Assim, obtém-se pela substituição das expressões a Equação 8:

$$\tau_{Rd} = 0,0525 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (8)$$

Em que $f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em megapascal (MPa) e, sendo $f_{ckj} \geq 7$ MPa, as relações acima podem ser aplicadas para idades diferentes de 28 dias.

B. Verificação do cisalhamento nas nervuras quando $65 \text{ cm} < i \leq 90 \text{ cm}$

Segundo o item 13.2.4.2-b) da NBR 6118:2014, se a largura média das nervuras for maior que 12 cm, permite-se sua verificação ao cisalhamento como lajes (descrita no item anterior deste trabalho).

C. Verificação do cisalhamento nas nervuras quando $65 \text{ cm} < i \leq 110 \text{ cm}$

Neste caso, as nervuras devem ser verificadas como vigas. Na mesa da laje, ao longo de toda a largura útil, deve-se também colocar armadura de ligação no sentido perpendicular ao das nervuras, com área mínima de $1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$, conforme item 18.3.7 da NBR 6118:2014.

Como visto no item acima, a verificação com os critérios de laje ainda é possível, caso a largura média das nervuras supere os 12 cm.

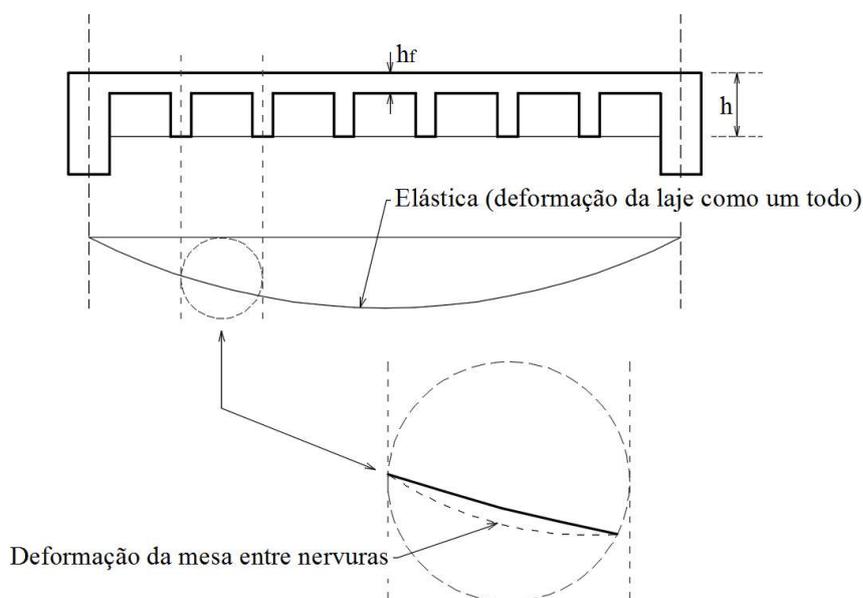
2.5.2 Verificações pertinentes à mesa

Para as lajes nervuradas com $65 \text{ cm} < i \leq 110 \text{ cm}$, a NBR 6118:2014 (item 13.2.4.2-b) exige a verificação da mesa quanto à flexão. Essa verificação também é necessária se existirem cargas concentradas entre nervuras (PINHEIRO, 2007a).

2.5.2.1 Verificação da resistência da mesa à ação de momento fletor

Quando sujeita a carregamento uniformemente distribuído, a laje nervurada como um todo se deforma de maneira distinta à deformação das nervuras, em consequência disso, a elástica da mesa entre nervuras se assemelha à representação da Figura 25.

Figura 25 - Elásticas da laje nervurada como um todo e da mesa entre nervuras



Fonte: Adaptada de Andrade, 1977 apud Bocchi Júnior e Giongo, 2007.

Diante disso, é possível considerar a mesa como um conjunto de lajes maciças, contínuas, apoiadas elasticamente nas nervuras. Torna-se, assim, muito complexa a determinação dos esforços solicitantes, principalmente no caso de os painéis terem grandes dimensões. Ao se admitir continuidade nos painéis, é preciso considerar a ação do momento fletor negativo nos respectivos apoios e prever armadura para absorver as tensões de tração que surgem. A continuidade não corresponde a uma condição de equilíbrio e, diante da ordem de grandeza dos momentos fletores, pode ser desprezada, o que permite o aparecimento de fissuras não prejudiciais à durabilidade nem à utilização das lajes nervuradas (BOCCHI JÚNIOR; GIONGO, 2007; PINHEIRO, 2007a).

Os momentos fletores positivos atuantes nos painéis, segundo Bocchi Júnior e Giongo (2007), devem ser resistidos por armadura adequada a ser posicionada na mesa. O dimensionamento dessa armadura é feito considerando os painéis como sendo lajes maciças com os lados apoiados nas nervuras.

A verificação da resistência à ação do momento fletor na mesa fica condicionada à existência de ações concentradas ou linearmente distribuídas entre as nervuras. Assim, a determinação dos esforços solicitantes é feita considerando uma laje com vãos efetivos iguais ao entreixo i , apoiada nas nervuras, e submetida a um carregamento uniformemente distribuído na mesa (BOCCHI JÚNIOR; GIONGO, 2007).

2.5.2.2 Verificação da resistência da mesa à ação de força cortante

Na verificação dos painéis quanto ao cisalhamento, o critério é o mesmo adotado para lajes maciças, como indicado no item 2.5.1.2-A do presente trabalho.

De modo geral, o cisalhamento terá relevância somente diante de cargas concentradas com valores significativos. A recomendação, sempre que possível, é que as ações concentradas incidam diretamente sobre as nervuras, a fim de evitar a necessidade de armadura na mesa para absorver as tensões de tração oriundas da força cortante. Não é aconselhável a colocação de barras de aço no sentido transversal de mesas de lajes nervuradas, assim como nas lajes maciças, visto que a pequena bitola dificulta e até inviabiliza a montagem da armadura (PINHEIRO, 2007a; BOCCHI JÚNIOR; GIONGO, 2007).

2.5.3 Verificação das flechas

Segundo a NBR 6118:2014, em seu item 19.3.1, para a verificação de lajes em serviço no estado-limite de deformações excessivas (ELS), devem-se aplicar os critérios dados no item 17.3.2 da mesma norma, considerando-se a possibilidade de fissuração (estádio II).

A verificação dos valores-limite para deslocamentos se ampara na Tabela 13.3 da referida norma, considerando-se a combinação de ações contida em seu item 11.8.3.2.

O cálculo da flecha é feito com base em processos analíticos (com modelo de comportamento estrutural admitindo o concreto e o aço como materiais elástico-lineares), que a própria NBR 6118:2014 estabelece, dividindo o cálculo em duas parcelas: flecha imediata e flecha diferida no tempo.

O item 11.8.3.1-a) da NBR 6118:2014 determina que, para a verificação no estado-limite de deformações excessivas, talvez seja necessário considerar as combinações que podem atuar durante grande parte (mais da metade) do período de vida da estrutura, ou seja, as combinações quase permanentes (CQP). A Tabela 11.4 da norma contém as diferentes combinações de serviço, de onde se retira a equação para o cálculo das solicitações referente às combinações quase permanentes, conforme segue:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k} \quad (9)$$

Onde:

$F_{d,ser}$ = valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

$F_{gi,k}$ = ações decorrentes das cargas permanentes;

$F_{qi,k}$ = ações decorrentes das cargas variáveis;

ψ_{2j} = fator de redução de combinação quase permanente para ELS (Tabela 4).

Tabela 4 - Valores do coeficiente ψ_2

Tipos de ações	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios residenciais	0,3
Cargas acidentais de edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos	0,4
Cargas acidentais em bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,6
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0
Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,3

Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

2.5.3.1 Flecha imediata

Na definição de Baroni (2003), flecha imediata “é o deslocamento transversal que aparece ao longo do processo de aplicação do carregamento e depende das características físico-geométricas da peça, inclusive do tipo de carregamento”. Também chamada de flecha instantânea, diz respeito ao deslocamento que surge imediatamente após a aplicação das cargas no elemento estrutural e pode ser determinada através de tabelas, como as apresentadas por Piniheiro (2007b), em função da vinculação das lajes.

A norma, contudo, propõe que se avalie de forma aproximada a flecha imediata utilizando a expressão de rigidez equivalente⁸:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (10)$$

Em que:

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto;

⁸ Também chamada de inércia equivalente (I_{eq}).

I_{II} = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}};$$

M_a = momento fletor na seção crítica do vão considerado;

M_r = momento de fissuração do elemento estrutural cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} = módulo de elasticidade secante do concreto.

2.5.3.2 Flecha diferida no tempo

“É a parcela do deslocamento transversal que aparece no decorrer do tempo, sob a ação de cargas de longa duração. Ocorre devido a uma combinação dos efeitos da retração e da fluência” (BARONI, 2003). A flecha diferida leva em conta o fato de as cargas atuarem no transcorrer do tempo, somando-se ao fenômeno de deformação de corpos solicitados por tensão constante e à variação volumétrica sofrida pelas peças de concreto. Segundo a NBR 6118:2014, pode ser estimada de forma aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f , dado pela Equação 11:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (11)$$

$$\rho' = \frac{A_{S'}}{b_w \cdot d} \quad (12)$$

Em que:

$A_{S'}$ = área da armadura de compressão, se houver (em geral $A_{S'} = 0$);

b_w = largura da seção transversal;

d = altura útil;

ξ = coeficiente atrelado ao tempo, que pode ser obtido diretamente (Tabela 5) ou ser calculado pelas seguintes expressões:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (13)$$

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}, \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (14)$$

$$\xi(t) = 2, \text{ para } t > 70 \text{ meses} \quad (15)$$

Tabela 5 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118:2014.

Sendo:

t = tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 = idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

A prescrição normativa, no caso de parcelas de carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, é tomar para t_0 o valor ponderado a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i} \quad (16)$$

Onde:

P_i = parcelas da carga;

t_{0i} = idade em que se aplicou cada parcela P_i , expressa em meses.

O valor da flecha total, portanto, deve ser calculado multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

2.5.4 Deslocamentos-limite

De acordo com a NBR 6118:2014, as flechas máximas “são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura”. A norma classifica os deslocamentos-limite em quatro grupos básicos:

- A. Aceitabilidade sensorial: limite caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- B. Efeitos específicos: deslocamentos que podem impedir a utilização adequada da construção;

- C. Efeitos em elementos não estruturais: mau funcionamento em elementos que não fazem parte da estrutura, mas estão ligados a ela, após deslocamentos estruturais;
- D. Efeitos em elementos estruturais: deslocamentos que afetam o comportamento do elemento estrutural, provocando alterações nas hipóteses de cálculo.

Os valores-limite para os deslocamentos em estruturas são dados pela Tabela 13.3 da NBR 6118:2014, como dito acima, e visam proporcionar um adequado comportamento da estrutura em serviço.

O deslocamento-limite para efeito de aceitabilidade sensorial, a fim de evitar deformações visíveis em elementos estruturais, é definido pela norma como $\ell/250$.

2.5.5 Contraflecha

Também é prevista pela NBR 6118:2014 a compensação parcial dos deslocamentos excessivos por meio de contraflechas. Pinheiro (2007a) diz que, ao se adotar contraflecha de valor a_0 , a flecha total a ser verificada passa a ser:

$$a_{\text{total}} - a_0 \leq a_{\text{limite}} \quad (17)$$

Segundo o referido autor, pode-se adotar a contraflecha a_0 com um valor múltiplo de 0,5 cm, estimado pela soma da flecha imediata a_i com a metade da flecha diferida no tempo a_f , logo:

$$a_0 \cong a_i + \left(\frac{a_f}{2}\right) \quad (18)$$

2.5.6 Controle da fissuração

É inevitável o surgimento de fissuras em elementos estruturais de concreto armado, principalmente devido à baixa resistência do concreto à tração. O controle da abertura de fissuras, no entanto, é fundamental para o bom desempenho da estrutura relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e à aceitabilidade sensorial dos usuários.

A NBR 6118:2014, em sua Tabela 13.4, fornece valores-limite para a abertura característica w_k das fissuras. Esses limites servem apenas como critérios para um projeto estrutural adequado e, para estruturas de concreto armado, encontram-se relacionados na Tabela 6.

Tabela 6 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	

Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

ELS-W diz respeito ao estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos valores máximos especificados.

2.6 DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO

A durabilidade é conceituada pela NBR 6118:2014, no item 5.1.2.3, como sendo a “capacidade de a estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas em conjunto pelo autor do projeto estrutural e pelo contratante, no início dos trabalhos de elaboração do projeto”.

Conforme Mehta e Monteiro (2006, p. 40), a durabilidade de um material diz respeito ao seu tempo de vida útil sob determinadas condições ambientais. Os autores complementam apontando para o fato de que, no caso das estruturas de concreto, como a pasta⁹ tem caráter alcalino, a exposição a águas ácidas acaba sendo prejudicial ao material. Nestas condições, a impermeabilidade e a estanqueidade da estrutura assumem papel determinante na durabilidade.

Clifton e Knab (1989, p. 1-2) chamam a atenção para a confusão que, com frequência, se faz entre os dois termos. Segundo eles, a definição dada pela ASTM E-632 (datada de 1981) é autoexplicativa e evidencia a diferença na comparação entre ambos os termos: durabilidade vem a ser a capacidade de um produto, componente, conjunto ou construção, de manter-se em serviço por um tempo determinado, desempenhando as funções para as quais foi projetado e construído; já a vida útil é entendida como o período, após a construção, durante o qual todas

⁹ Mistura de cimento e água que atua como meio ligante entre os agregados de um concreto.

as propriedades do componente ou material excedem os valores mínimo aceitáveis mediante manutenção periódica.

O item 6.1 da NBR 6118:2014 ressalta, como exigências de durabilidade para as estruturas de concreto, que sejam projetadas e construídas de modo a conservar sua segurança, estabilidade e aptidão em serviço, durante o prazo correspondente à sua vida útil e sob as condições ambientais previstas na época do projeto, quando utilizadas de acordo com o especificado em projeto.

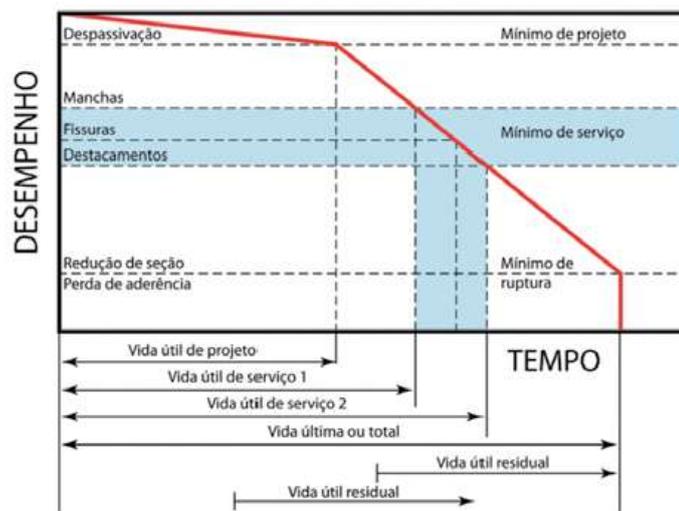
O conceito de vida útil de projeto, de acordo com o item 6.2.1 da NBR 6118:2014, traduz-se no intervalo de tempo durante o qual as estruturas de concreto mantêm suas características, dispensando grandes intervenções, desde que sejam atendidos os requisitos de uso e manutenção prescritos, e sejam feitos os devidos reparos em caso de danos acidentais.

Já a norma norte-americana ACI 365.1R-00, como relatado em Isaia (2011, p. 777), define a vida útil de projeto como sendo correspondente ao intervalo, em anos, entre a data da concretagem da estrutura e a data da despassivação da armadura¹⁰ (por carbonatação ou por cloretos).

De acordo com a Figura 26, disposta abaixo, a vida útil de projeto é o período que vai até a despassivação da armadura (período de iniciação); a vida útil de serviço se refere ao intervalo que vai até o momento em que aparecem manchas na superfície do concreto, ou ocorrem fissuras na camada de cobrimento, ou quando há destacamento do concreto do cobrimento; a vida útil última ou total é o período que vai até a ruptura ou colapso (parcial ou total) da estrutura; e, finalmente, a vida útil residual diz respeito ao intervalo, contado a partir da data de uma vistoria, no qual a estrutura ainda é capaz de desempenhar suas funções.

¹⁰ Deterioração da camada passivadora de concreto que protege quimicamente o aço no interior do elemento estrutural, geralmente devido à ação do dióxido de carbono (CO₂) ou de cloretos (Cl⁻) presentes na atmosfera.

Figura 26 - Conceituação da vida útil das estruturas de concreto tomando por referência o fenômeno de corrosão de armaduras



Fonte: Isaia, 2011.

O crescente conhecimento sobre os mecanismos de transporte de líquidos e gases agressivos nos materiais porosos, como o concreto, possibilitou associar o tempo aos modelos matemáticos que expressam quantitativamente os referidos mecanismos. Portanto, passou a ser viável traduzir e mensurar a durabilidade de uma estrutura de concreto armado numericamente em anos, não se limitando a critérios qualitativos de adequação a certo grau de exposição (ISAIA, 2011, p. 774).

2.7 MECANISMOS DE ENVELHECIMENTO E DETERIORAÇÃO

Os fatores mais importantes que impactam na vida útil das estruturas de concreto armado, desencadeando o envelhecimento e a subsequente deterioração dos elementos estruturais podem ser reunidos, de acordo com a NBR 6118:2014, em três grupos: mecanismos preponderantes de deterioração relativos ao concreto, mecanismos preponderantes de deterioração relativos à armadura e mecanismos de deterioração da estrutura propriamente dita.

2.7.1 Mecanismos preponderantes de deterioração relativos ao concreto

Dos mecanismos referentes ao concreto que resultam na deterioração, destacam-se: a lixiviação, pela ação de águas puras e ácidas; a expansão, pela ação de sulfatos e magnésio ou pela reação álcali-agregados; e as reações deletérias superficiais do tipo eflorescência.

2.7.1.1 Deterioração por lixiviação

Mecanismo que ocasiona a dissolução e o carreamento dos compostos hidratados da pasta de cimento por ação de águas puras, carbônicas agressivas, ácidas ou outras.

A sintomatologia básica da lixiviação, segundo Helene (2003), é a presença de uma superfície arenosa ou com agregados expostos sem a pasta superficial, com eflorescências de carbonato, elevada retenção de fuligem e com risco de desenvolvimento de fungos e bactérias. Isso implica em uma redução do pH do extrato aquoso contido nos poros superficiais do concreto do elemento estrutural, com potencial despassivação da armadura.

A fim de prevenir sua ocorrência, é recomendado que se restrinja a fissuração, de modo a minimizar a infiltração de água, e que se proteja as superfícies expostas com produtos específicos, tais como os de natureza hidrófuga.

2.7.1.2 Expansão por sulfatos

Decorrente da ação de águas ou solos que contenham ou estejam contaminados com sulfatos, dando origem a reações expansivas e deletérias com a pasta de cimento hidratado.

Na sintomatologia básica deste caso, observa-se uma superfície com fissuras aleatórias, esfoliação, e redução significativa da dureza e da resistência superficial do concreto, com diminuição do pH do extrato aquoso dos poros superficiais e probabilidade de problemas na passivação das armaduras. Com relação ao concreto, os sulfatos presentes na água do mar, nas águas servidas, nas águas industriais, e nos solos úmidos e gessíferos, têm potencial de dar início a reações deletérias de expansão com formação de compostos expansivos do tipo etringita e gesso secundário (HELENE, 2003).

A prevenção deste mecanismo de deterioração se dá pelo uso de cimento resistente a sulfatos.

2.7.1.3 Reação álcali-agregado

Resultante das reações entre os álcalis do cimento e certos compostos ou agregados reativos. Destacam-se, entre estes últimos, a opala, a calcedônia, as sílicas amorfas e determinados tipos de calcário; entre os compostos reativos, incluem-se os silicatos hidratados da pasta de cimento que podem reagir com os álcalis. O requisito para que estas reações se tornem de fato deletérias é a presença de elevada umidade.

Neste mecanismo, Helene (2003) aponta como sintomatologia básica uma expansão geral da massa de concreto com fissuras superficiais, profundas e aleatórias no caso de massa contínua, e ordenadas no caso de estruturas delgadas.

Cabe ao projetista identificar no projeto o tipo de elemento estrutural e sua situação quanto à presença de água, assim como a recomendação das medidas preventivas a serem adotadas.

2.7.1.4 Reações deletérias

São reações superficiais de certos agregados ocasionadas por transformações de produtos ferruginosos contidos em sua composição mineralógica.

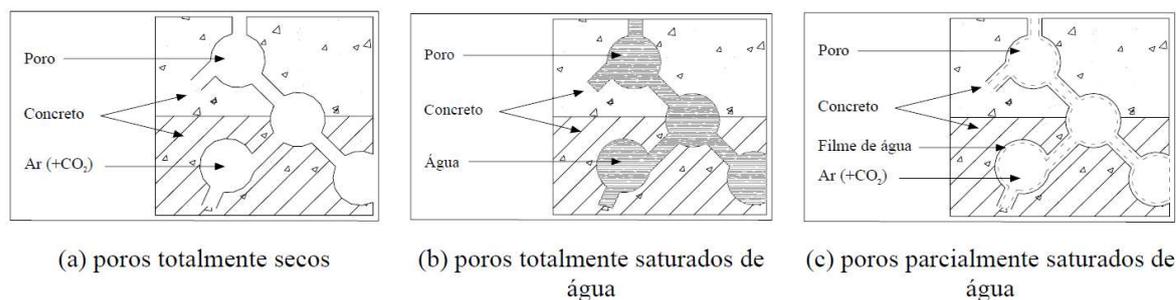
Como exemplo dessas reações, destacam-se os problemas com agregados que contêm pirita, devido ao potencial de acarretar manchas de ferrugem, cavidades e protuberâncias na superfície dos elementos estruturais de concreto.

2.7.2 Mecanismos preponderantes de deterioração relativos à armadura

Com relação aos fatores relativos à armadura que resultam na deterioração das estruturas, a corrosão devido à despassivação por carbonatação e a corrosão por ação do elevado teor de íons-cloro (cloretos) são os mais proeminentes, de acordo com a NBR 6118:2014.

2.7.2.1 Despassivação por carbonatação

Perda da proteção de natureza química conferida à armadura pela camada altamente alcalina de solução intersticial do concreto, resultado da ação do gás carbônico atmosférico que penetra no concreto por difusão (Figura 27) e reage com os hidróxidos alcalinos da solução dos poros do concreto, o que acarreta uma redução no pH dessa solução.

Figura 27 - Representação esquemática da difusão do CO₂ no concreto

Fonte: Bakker, 1988 apud Possan, 2004.

A carbonatação propriamente dita é um processo imperceptível a olho nu e a identificação da frente ou profundidade de carbonatação depende de ensaios específicos. Esse fenômeno não resulta diretamente na redução da resistência no concreto e pode inclusive aumentar sua dureza superficial.

O efeito deletério desse mecanismo ocorre apenas em ambientes onde a umidade relativa permanece no intervalo entre 60 e 98%, ou em ambientes suscetíveis a ciclos de molhagem e secagem, onde a instalação da corrosão é favorecida. Dependendo das condições de umidade ambiental, ao atingir a armadura, esse mecanismo pode promover grave corrosão com surgimento de manchas, fissuras, destacamento de pedaços de concreto, e até perda de seção resistente e de aderência, ensejando o colapso da estrutura ou de seus elementos (HELENE, 2003).

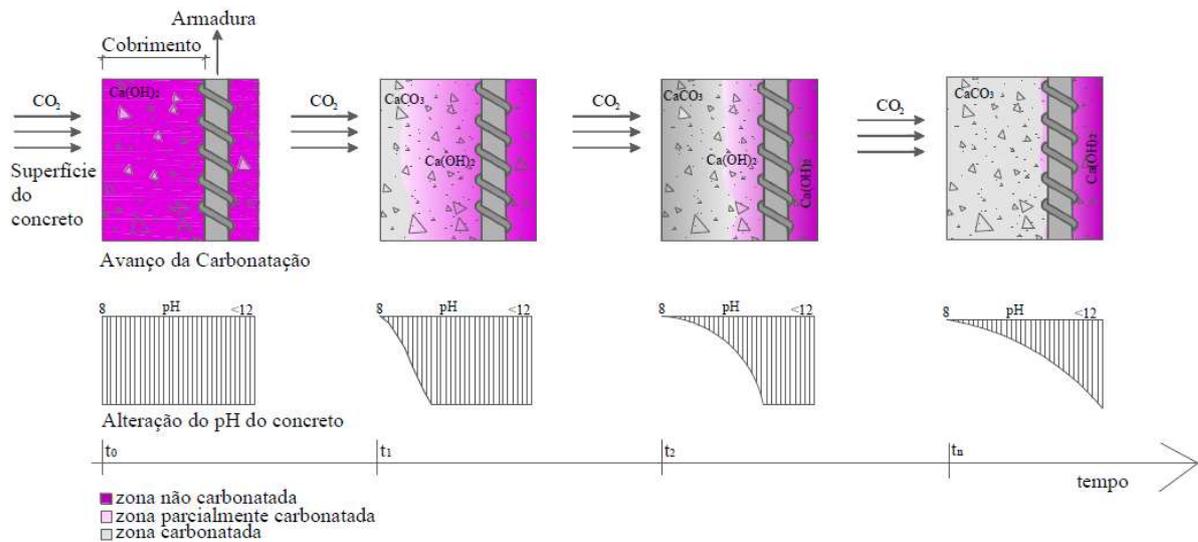
Através da redução da alcalinidade do concreto, a carbonatação modifica as condições de estabilidade química da película passivante da armadura, estabelecendo condições que favorecem o início do processo corrosivo (POSSAN, 2010).

Possan aponta que, uma vez iniciada, a carbonatação avança a partir da superfície em direção ao interior do concreto (Figura 28), alterando a alcalinidade (devido à redução do pH) e a estrutura porosa do material (devido à precipitação dos carbonatos).

Identificam-se, no avanço da frente de carbonatação¹¹, de acordo com Possan (2010), três zonas distintas: uma carbonatada (pH \approx 8,3); outra parcialmente carbonatada (pH \approx 10); e uma não carbonatada (pH \approx 12,5).

¹¹ A zona que separa duas regiões de pH distintos, sendo uma não carbonatada (pH de aproximadamente 12) e outra carbonatada (pH inferior a 9), é denominada de frente de carbonatação (BAKKER, 1988 apud POSSAN 2010).

Figura 28 - Representação do avanço da frente de carbonatação e alteração do pH do concreto no tempo



Fonte: Possan, 2010.

A prevenção deste problema, segundo a NBR 6118:2014, consiste em dificultar o ingresso dos agentes agressivos ao interior do concreto. A espessura de cobrimento das armaduras e o controle da fissuração auxiliam na minimização desse efeito, sendo recomendável, portanto, o uso de concretos com baixa porosidade.

2.7.2.2 Despassivação por ação de cloretos

Trata-se da ruptura local da camada de passivação, causada por elevado teor de íons-cloro (Cl^-), onde ocorre a penetração do agente agressivo através dos processos de difusão, de impregnação ou de absorção capilar de águas contendo teores de cloreto que, ao ultrapassarem, na solução dos poros do concreto, um determinado limite em relação à concentração de hidroxilas, despassivam a superfície do aço e dão início à corrosão. A introdução desses teores elevados de cloreto pode ter sua origem no amassamento do concreto, comumente provocada pela adoção excessiva de aditivos aceleradores de endurecimento.

Este fenômeno não é perceptível a olho nu, não reduz diretamente a resistência do concreto e não altera seu aspecto superficial. Logo, o monitoramento da frente ou profundidade de penetração de certo teor crítico de cloretos fica atrelado a ensaios específicos.

Se atingir a armadura, pode promover séria corrosão com aparecimento de manchas, fissuras, destacamento de pedaços de concreto, e até perda de seção resistente e de aderência, criando as condições propícias para o colapso da estrutura ou de suas partes (HELENE, 2003).

Novamente, a NBR 6118:2014 especifica que as medidas preventivas consistem em dificultar a penetração dos agentes agressivos no interior do concreto. O cobrimento das armaduras e o controle da fissuração tendem a diminuir a incidência desse efeito, sugerindo-se o uso de concretos de baixa porosidade. Nesse sentido, o cimento contendo adição de escória ou material pozolânico é incentivado nestes casos.

2.7.3 Mecanismos de deterioração da estrutura propriamente dita

Os principais fatores que levam à deterioração da estrutura em si são: as ações mecânicas; as movimentações de origem térmica; os impactos; as ações cíclicas ou fadiga; a deformação lenta ou fluência; a relaxação; e outros considerados em qualquer normativa, mas que não estejam contemplados da análise de vida útil e durabilidade tradicional (ISAIA, 2011, p. 783).

A prevenção, nestes casos, requer medidas específicas a serem observadas em projeto e que estejam em conformidade com normas nacionais pertinentes.

São citados pela NBR 6118:2014 como exemplos de medidas preventivas destes mecanismos:

- Barreiras protetoras em pilares sujeitos a choques mecânicos;
- Período de cura após a concretagem;
- Juntas de dilatação em estruturas sujeitas a variações volumétricas;
- Isolamentos isotérmicos para prevenir patologias devidas a variações térmicas.

2.8 CLASSIFICAÇÃO DA AGRESSIVIDADE AMBIENTAL

Este aspecto do meio ambiente é abordado no item 6.4 da NBR 6118:2014 e está relacionado aos fenômenos físicos e químicos que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e das demais ações previstas no dimensionamento estrutural.

A classificação da agressividade do ambiente, baseada nas condições de exposição da estrutura ou de suas partes, deve considerar o micro e o macroclima atuantes no local de instalação da obra e em suas partes críticas.

Para os projetos de estruturas correntes, a classificação da agressividade do meio ambiente deve ser feita de acordo com o Quadro 1 e pode ser avaliada, de forma simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Quadro 1 - Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos: salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais, e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura.

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente seco ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118, 2014.

Ainda no contexto da classificação da agressividade do meio em que se inserem as estruturas, Helene (2003), visando a durabilidade do concreto, apresenta algumas características específicas das diferentes classes de agressividade ambiental (CAA), como o caráter do pH e as concentrações de agentes agressivos comumente encontradas, conforme Tabela 7.

Tabela 7 - Características físico-químicas das CAA

CAA (Quadro 1)	pH	CO ₂ agressivo (mg/L)	Amônia NH ₄ ⁺ (mg/L)	Magnésio Mg ²⁺ (mg/L)	Sulfato SO ₄ ²⁻ (mg/L)	Sólidos dissolvidos (mg/L)
I	> 6,0	< 20	< 100	< 150	< 400	> 150
II	5,9 – 5,1	20 – 30	100 – 150	150 – 250	400 – 700	150 – 50
III	5,0 – 4,5	30 – 100	150 – 250	250 – 500	700 – 1.500	< 50
IV	> 4,5	> 100	> 250	> 500	> 1.500	< 50

1. No caso de solos, a análise deve ser feita no extrato aquoso do solo.
2. Presença de água em movimento, temperatura acima de 30°C ou solo agressivo muito permeável conduzem ao incremento de uma classe de agressividade.
3. Ação física superficial, tal como a abrasão, e cavitação aumentam a velocidade de ataque químico.

Fonte: Helene, 2003.

2.9 CLASSIFICAÇÃO DOS CONCRETOS

A efetividade com que as estruturas de concreto resistem aos meios agressivos depende da natureza dos materiais constituintes e da dosagem do concreto empregado, entre outras características. Entram nessa consideração o tipo e o consumo de cimento, o tipo e o consumo de adições e de água, a relação água/cimento (a/c), a natureza e a dimensão máxima do agregado etc.

Quando não se tem valores de ensaios experimentais dos concretos que efetivamente serão utilizados na estrutura, é possível adotar as classificações orientativas frente ao risco de corrosão da armadura, dispostas no Quadro 2, e frente à deterioração do concreto, apresentadas no Quadro 3.

Quadro 2 - Classificação da resistência dos concretos de acordo com o risco de corrosão das armaduras

Classe de concreto	Classe de resistência (ABNT 8953:2015)	Máxima relação a/c	Deterioração por carbonatação	Deterioração por cloretos
			Teor de adições	Teor de adições
Durável	≥ C50	≤ 0,38	≤ 10% de pozolana, metacaulim ou escória de alto-forno	≥ 20% de pozolana ou metacaulim ≥ 65% de escória de alto-forno, aço galvanizado ou inox
Resistente	C45 C40 C35	≤ 0,50	≤ 10% de pozolana ou metacaulim ≤ 15% de escória de alto-forno	≥ 10% de pozolana ou metacaulim ≥ 35% de escória de alto-forno, aço galvanizado ou inox
Normal	C30 C25	≤ 0,62	Qualquer	Qualquer
Efêmero	C20	Qualquer	Qualquer	Qualquer

Fonte: Adaptado de Isaia, 2011.

Quadro 3 - Classificação da resistência dos concretos diante do risco de deterioração por lixiviação ou por formação de compostos expansivos

Classe de concreto	Classe de resistência (ABNT 8953:2015)	Deterioração por expansão		Deterioração por lixiviação
		Teor de C ₃ A no cimento anidro	Teor de adições	Teor de adições
Durável	≥ C50	≤ 5%	≥ 20% de pozolana ou metacaulim ≥ 65% de escória de alto-forno	≥ 20% de pozolana ou metacaulim ≥ 65% de escória de alto-forno
Resistente	C45 C40 C35	≤ 5%	≥ 10% de pozolana ou metacaulim ≥ 35% de escória de alto-forno	≥ 10% de pozolana ou metacaulim ≥ 35% de escória de alto-forno
Normal	C30 C25	≤ 8%	Qualquer	Qualquer
Efêmero	C20	Qualquer	Qualquer	Qualquer

Fonte: Adaptado de Isaia, 2011.

Na literatura técnica, encontra-se uma diretriz geral que indica os quatro principais fatores determinantes para a durabilidade do concreto, denominada regra dos 4C:

1. Composição ou traço do concreto;
2. Compactação ou adensamento efetivo do concreto na estrutura;
3. Cura efetiva do concreto na estrutura;
4. Cobrimento das armaduras.

2.10 IMPORTÂNCIA DA ESPESSURA DE COBRIMENTO

Carvalho e Figueiredo Filho (2020, p.66) enfatizam que “a durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto e da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura”.

Segundo o item 7.4.2 da NBR 6118:2014, os parâmetros a serem atendidos, no que se refere à qualidade do concreto de cobrimento, devem ser estabelecidos através de ensaios comprobatórios de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e classe de agressividade prevista em projeto. Na indisponibilidade destes e devido à forte correspondência entre a relação água/cimento, a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, a norma permite adotar os requisitos mínimos da Tabela 8.

Tabela 8 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto

Concreto ^a	Tipo ^b	Classe de agressividade (Quadro 1)			
		I	II	III	IV
Relação a/c em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
Classe de concreto	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40

a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

Com relação à importância do cobrimento nas estruturas de concreto, Helene (1993) afirma que, quando composto por um concreto de alta compacidade, sem falhas de execução ou excesso exsudação, garante-se, por impermeabilidade, a proteção ao aço contra o ataque de agentes corrosivos externos. O autor complementa dizendo que o cobrimento de concreto de alta qualidade atua como barreira aos elementos básicos necessários à existência da corrosão eletroquímica, ou seja, a água e o oxigênio.

A NBR 6118:2014 estabelece que, para garantir o cobrimento mínimo (c_{min}), o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é c_{min} acrescido da tolerância de execução (Δc). Deste modo, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os valores mínimos para o cobrimento nominal em função da agressividade do ambiente, para $\Delta c = 10$ mm (Tabela 9).

Tabela 9 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal de lajes de concreto armado para $\Delta c = 10$ mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Quadro 1)			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45

Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014.

A norma também estabelece que, para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos,

pisos asfálticos etc., as exigências da tabela acima podem ser substituídas pelas do item 7.4.7.5 da mesma norma, desde que se respeite a relação $c_{nom} \geq 15$ mm.

2.11 AGRESSIVIDADE DO MEIO E DURABILIDADE DO CONCRETO

De acordo com Isaia (2011, p. 787), mantendo-se constantes as diferentes variáveis relacionadas à problemática da durabilidade das estruturas de concreto, a correlação entre a agressividade ambiental e a durabilidade pode ser observada no Quadro 4.

Quadro 4 - Correspondência entre agressividade do ambiente e durabilidade do concreto

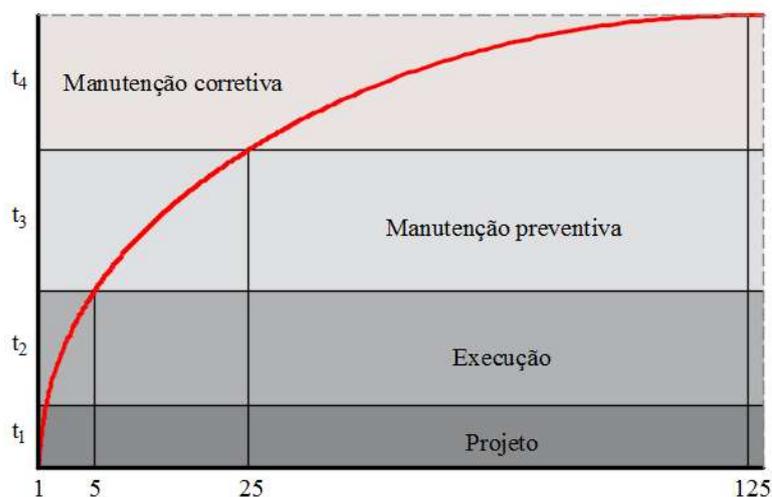
Classe de agressividade	Concreto recomendável
I ou fraca	Efêmero, normal, resistente ou durável
II ou média	Normal, resistente ou durável
III ou forte	Resistente ou durável
IV ou muito forte	Durável

Fonte: Isaia, 2011.

A correlação acima atua como uma aproximação inicial, visto que é possível utilizar um concreto não recomendável para uma certa classe de agressividade ambiental, com segurança e sem comprometimento da durabilidade, desde que haja compensação em outras medidas protetoras e preventivas.

Conforme expõe Helene (2003), as medias adotadas durante a fase de projeto, visando a durabilidade, são sempre vantajosas do ponto de vista econômico e mais seguras do que aquelas adotadas nas fases posteriores. Os custos referentes à intervenção na estrutura, para se alcançar um determinado nível de durabilidade e proteção, crescem de forma exponencial na medida em que se posterga a intervenção. A evolução desses custos se assemelha a uma progressão geométrica de razão 5, também chamada de lei dos 5 ou lei de Sitter, representada na Figura 29.

Figura 29 - Evolução dos custos de intervenção ao longo das diferentes fases da vida das estruturas



Fonte: Adaptada de Helene, 2003.

2.12 MÉTODOS PARA ESTIMAR A VIDA ÚTIL

A estimativa de vida útil de estruturas de concreto pode ser efetuada através de quatro procedimentos diferentes, segundo Helene (2004 apud ISAIA, 2011, p. 788): com base nas experiências anteriores; com base em ensaios acelerados; com base em enfoque determinista; com base em enfoque estocástico ou probabilista.

Apesar dos diversos modelos disponíveis para a determinação da vida útil de estruturas de concreto armado, ressalta-se a necessidade de executar validações a partir de comparações com resultados medidos em campo. Essas validações consomem considerável tempo por demandarem monitoramento de estruturas em condições reais de utilização, situação em que a degradação ocorre lentamente.

2.12.1 Método baseado em experiências anteriores

A abordagem do assunto durabilidade vem sendo feita de forma qualitativa desde as primeiras resoluções normativas sobre estruturas de concreto armado, em especial na Europa e nos Estados Unidos do início do século passado. Nessas normas arcaicas, eram especificadas certas exigências construtivas com base nos bons resultados da prática, como a espessura mínima da camada de cobrimento recomendada para cada elemento estrutural, a fim de garantir certa durabilidade.

A primeira norma brasileira sobre estruturas de concreto, de autoria da Associação Brasileira de Concreto (ABC) e datada de julho de 1931, recomendava consumos mínimos de cimento variando entre 240 e 300 kg/m³ para determinadas situações e espessuras de cobrimento que variavam de 1,0 a 2,0 cm dependendo da finalidade.

Nas décadas seguintes esse método continuou a ser empregado nas normas nacionais, onde podiam ser observados valores de cobrimento inferiores aos exigidos nos países desenvolvidos; da mesma forma que enquanto esses países passaram a exigir concretos de qualidade superior, com resistência à compressão (f_{ck}) a partir de 24 MPa, no Brasil ainda se aceitam concretos com f_{ck} de 20 MPa de resistência à compressão para estruturas de concreto simples, armado e protendido.

Tanto a NBR 6118:2014 quanto dois dos principais textos normativos, o Eurocode 2 e o ACI 318, ainda hoje adotam o método baseado nas experiências anteriores, deixando de lado os métodos determinista, de ensaios acelerados e probabilista, reservando para outros textos os métodos mais avançados de abordagem da vida útil nos projetos estruturais de concreto.

2.12.2 Método baseado em ensaios acelerados

Preconizado no final dos anos 1970 pela norma norte-americana ASTM E-632 e posteriormente adotado, através de conceitos similares, pela ISO 6241:1984, esse método tem maior aplicabilidade no estudo de produtos orgânicos e apresenta certas restrições quando o foco são as estruturas de concreto, por se tratar de matéria de natureza inorgânica (ISAIA, 2011, p. 790).

Os ensaios de degradação acelerada, de caráter eletroquímico, em câmaras de carbonatação e em câmaras de *salt-spray*, podem ser empregados para estimar a vida útil do concreto, o mecanismo utilizado nos ensaios, contudo, difere das condições reais de degradação. Nos casos em que a degradação progride da mesma maneira nos ensaios e na situação real, mas com velocidades distintas, pode-se estabelecer um coeficiente de aceleração K de acordo com a equação que segue:

$$K = \frac{T_{ea}}{T_{cr}} \quad (19)$$

Onde:

T_{ea} = taxa de degradação pelo ensaio acelerado;

T_{cr} = taxa de degradação em condições reais.

A indisponibilidade de maior volume de dados relacionados ao desempenho das estruturas de concreto no longo prazo, de modo a possibilitar a determinação de T_{cr} , dificulta o uso de ensaios acelerados para a previsão da vida útil neste tipo de estrutura.

2.12.3 Método com enfoque determinista

No que diz respeito ao período de iniciação, os mecanismos de transporte de gases, fluidos e íons por entre os poros do concreto constituem a base científica do método determinista; no caso do período de propagação, sempre que se tratar de corrosão da armadura, a lei de Faraday oferece o fundamento científico (HELENE, 1997 apud ISAIA, 2011, p. 791).

2.12.3.1 Modelos de previsão até despassar – termodinâmica da corrosão

De acordo com Isaia (2011, p. 791), esses modelos têm como base os quatro principais mecanismos de transporte de massa no concreto que, de forma simplificada, podem ser expressos pela seguinte equação:

$$c = k \cdot t^{1/2} \quad (20)$$

Em que:

c = extensão percorrida pelo agente agressivo, em cm;

k = coeficiente de um dos quatro mecanismos a seguir: permeabilidade¹², absorção capilar¹³, difusão de gases e íons¹⁴ ou migração de íons¹⁵;

t = vida útil, em anos.

2.12.3.2 Modelos de previsão após despassar – cinética da corrosão

Baseiam-se nos mecanismos a seguir, segundo Isaia (2011, p. 791): perda de massa no aço, pela equação de Faraday; difusão da ferrugem, de acordo com as equações de Fick; geometria da peça, obedecendo às equações de resistência dos materiais.

¹² Equação de D'Arcy e de Arrhenius.

¹³ Equação de D'Arcy modificada, equação de La Place e equação de Arrhenius.

¹⁴ Equação de Arrhenius, equação de Fick e 1ª e 2ª equações de Langmuir.

¹⁵ Equação de Nernst-Planck, equação de Arrhenius, equação de Fick e 1ª e 2ª equações de Langmuir.

Estando relacionados à corrosão das armaduras ou atribuídos à deterioração do concreto, os modelos numéricos e deterministas de deterioração e envelhecimento das estruturas devem ser considerados independentemente.

No caso de corrosão das armaduras, existem modelos recentes de envelhecimento, mas para os casos envolvendo deterioração do concreto (que estão correlacionados com velocidades de deterioração por sulfatos, por lixiviação, por reação álcali-agregado etc.), ainda não há modelos matemáticos satisfatórios, deixando as considerações de durabilidade dependentes de avaliações qualitativas.

Nestes modelos, consideram-se a qualidade do concreto e o percurso a ser percorrido pelo agente agressivo até que a armadura seja atingida em concentrações suficientes para causar deterioração na estrutura.

2.12.4 Método com enfoque estocástico ou probabilista

De acordo com Isaia (2011, p. 800), este método de consideração da durabilidade em projetos estruturais de concreto armado é mais moderno e realístico, seus modelos de dimensionamento são similares aos princípios clássicos que remontam aos anos 1970, e suas normas básicas de referência são: o *fib Model Code 2006 for Service Life Design*, o ASTM STP 1098:1990, o RILEM *Report 12* (1995), o RILEM *Report 14* (1996) e o CEB *Bulletin 238* (1997).

Neste método, admitem-se distribuições normais e gaussianas para as ações agressivas, e log-normais ou normais para as resistências da estrutura a essas ações deletérias. Adota-se o princípio da teoria das falhas, em que se aplica a distribuição de Weibull. Assim como nos três métodos supracitados, aqui também há níveis de profundidade dos estudos. A combinação de modelos deterministas com a introdução de parâmetros probabilistas torna o processo mais simplificado (ISAIA, 2011, p. 800).

Nos estudos mais simples, considera-se a teoria das falhas; nos casos mais aprofundados, considera-se também o conceito de risco, que nada mais é do que o produto da probabilidade de falha pelo custo do prejuízo causado.

Por meio da aplicação da distribuição de probabilidade de Weibull, da teoria de probabilidade de falha (conhecida também por confiabilidade), indicada pelos coeficientes β , é possível determinar a espessura de cobrimento adequada para conferir pequena probabilidade de ocorrência a uma determinada idade.

Considerando como ação deletéria no tempo $(S,t)^{16}$ a profundidade de carbonatação (conforme Equação 20), com um coeficiente de variação de 25%, e como função de resistência no tempo $(R,t)^{17}$ a espessura de cobrimento c com um coeficiente de variação também de 25%, a partir da Equação 21 é obtida a Equação 22.

$$\beta(t) = \frac{[\mu(R,t) - \mu(S,t)]}{[\sigma^2(R,t) + \sigma^2(S,t)]^{1/2}} \quad (21)$$

Em que:

$\beta(t)$ = coeficiente de probabilidade;

$\mu(R,t)$ = valor médio de R na idade t ;

$\mu(S,t)$ = valor médio de S na idade t ;

$\sigma^2(R,t)$ = variância de R na idade t ;

$\sigma^2(S,t)$ = variância de S na idade t .

$$\beta(t) = \frac{[c - k_{CO_2} \cdot t^{1/2}]}{[(\delta \cdot c)^2 + (\delta \cdot k_{CO_2} \cdot t^{1/2})^2]^{1/2}} \quad (22)$$

Sabendo-se o valor do coeficiente de carbonatação k_{CO_2} para dois concretos, um com 15 MPa e outro com 40 MPa, na idade de 50 anos (correspondente à vida útil de projeto), e substituindo-se na equação os valores dos coeficientes de variação, chega-se a $\beta(t)$ como função exclusiva de c .

Assim, passa a ser possível determinar o cobrimento médio de concreto a ser adotado, a fim de que, aos 50 anos de idade, haja uma probabilidade de apenas 10% do total de armadura da estrutura encontrar-se despassivada (ISAIA, 2011, p. 801).

Segundo Isaia (2011, p. 801), para a probabilidade de 10%, o valor tabelado de β é igual a 1,28, o que resulta em uma espessura média de $c \geq 55$ mm para o cobrimento de concreto na estrutura com $f_{ck} = 15$ MPa e de $c \geq 15$ mm para a estrutura com $f_{ck} = 40$ MPa.

¹⁶ Entende-se por S o conceito de solicitações das normas de concreto.

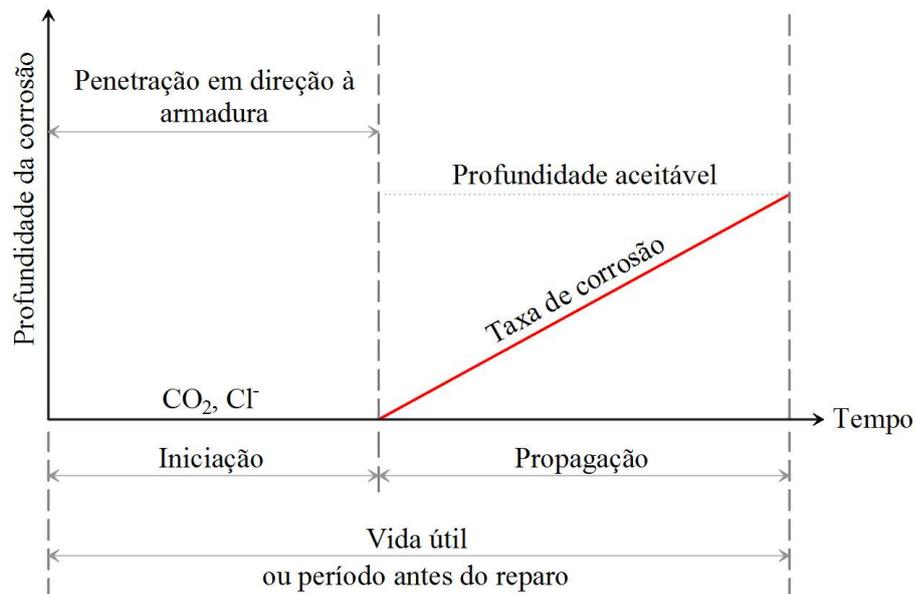
¹⁷ Entende-se por R o conceito de resistências das normas de concreto.

2.12.5 Modelo proposto pela norma espanhola EHE-08

A *Instrucción de Hormigón Estructural* (EHE-08), também conhecida como *Code on Structural Concrete* em sua tradução para a língua inglesa, é a norma espanhola que estipula os requisitos técnicos a serem atendidos nos projetos de estruturas de concreto, a fim de que sejam respeitados os critérios de segurança estrutural e de proteção contra os agentes ambientais de deterioração.

Na situação de corrosão da armadura, tanto por carbonatação como por cloretos, a norma EHE-08 propõe um modelo fundamentado no relatório de pesquisa de Tuutti (1982). Neste relatório, fruto da colaboração entre pesquisadores da Suécia, Finlândia e Dinamarca, a vida útil das estruturas de concreto é subdividida em período de iniciação e período de propagação, conforme ilustrado na Figura 30. Essa subdivisão convém pelo fato de os parâmetros primários nesses dois subprocessos serem distintos entre si.

Figura 30 - Esquema sequencial da corrosão do aço em estruturas de concreto



Fonte: Adaptada de Tuutti, 1982.

O tempo necessário para que a deterioração se torne significativa (t_L) pode ser expresso através da seguinte equação:

$$t_L = t_i + t_p \quad (23)$$

Em que:

t_i = período de iniciação da corrosão, em anos;

t_p = período de propagação da corrosão, em anos.

2.12.5.1 Período de iniciação

Entendido como sendo o tempo necessário para que a frente de penetração do agente agressivo atinja a armadura, dando início ao processo de corrosão.

Ambos os avanços em direção à armadura, por parte da carbonatação e dos cloretos, são processos de difusão através dos poros do concreto, os quais podem ser modelados em conformidade com a expressão da raiz quadrada do tempo, disposta abaixo.

Este modelo histórico, introduzido no início do século XX, continua a ser um dos mais utilizados para representar a penetração de agentes agressivos através da rede de poros do concreto.

$$d = K \cdot \sqrt{t} \quad (24)$$

Onde:

d = profundidade de penetração do agente agressivo, em cm;

k = coeficiente de carbonatação (depende do tipo de processo agressivo, das características do material e das condições de agressividade ambiental), em cm^2/ano ;

t = tempo, em anos.

No modelo de carbonatação, o intervalo necessário para que o processo de penetração do CO_2 ocorra a uma distância d da superfície do concreto pode ser estimado usando a seguinte equação:

$$t_i = \left(\frac{d}{K_c} \right)^2 \quad (25)$$

Onde:

t_i = tempo de iniciação, em anos;

d = profundidade, em mm;

K_c = coeficiente de carbonatação.

O coeficiente de carbonatação K_c é determinado pela expressão abaixo:

$$K_c = c_{env} \cdot c_{air} \cdot a \cdot f_{cm}^b \quad (26)$$

Em que:

c_{env} = fator ambiental, conforme a Tabela 10;

c_{air} = fator de aeração, conforme Tabela 11;

a, b = parâmetros referentes ao tipo de aglomerante, conforme Tabela 12;

f_{cm} = resistência média do concreto à compressão, em N/mm².

A resistência média do concreto à compressão pode ser estimada a partir da resistência característica especificada (f_{ck}), de acordo com a equação que segue:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (27)$$

Tabela 10 - Fator ambiental c_{env}

Ambiente	c_{env}
Protegido da chuva	1,0
Exposto à chuva	0,5

Fonte: EHE-08, 2011.

Tabela 11 - Fator de aeração c_{air}

Ar incorporado	c_{air}
< 4,5%	1,0
≥ 4,5%	0,7

Fonte: EHE-08, 2011.

Tabela 12 - Parâmetros a e b

Aglomerante	Tipo de cimento	a	b
Cimento Portland	CP I	1.800	-1,7
	CP II-F		
	CP II-E		
	CP V-ARI		
Cimento Portland + 28% de cinzas volantes	CP II-Z	360	-1,2
	CP IV		
Cimento Portland + 9% de sílica ativa	CP II	400	-1,2
Cimento Portland + 65% de escória de alto-forno	CP III	360	-1,2

Fonte: EHE-8, 2011 apud Mezzomo, 2020.

No modelo de penetração de cloretos, o tempo necessário para que se produza uma concentração de cloretos C_{th} a uma distância d da superfície do concreto pode ser determinado através da seguinte equação:

$$t = \left(\frac{d}{K_{Cl}} \right)^2 \quad (28)$$

Onde:

t = tempo, em anos;

d = profundidade, em mm;

K_{Cl} = coeficiente de penetração de cloretos.

O coeficiente de penetração de cloretos K_{Cl} é expresso da seguinte forma:

$$K_{Cl} = \alpha \sqrt{12D(t)} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{C_{th} - C_b}{C_s - C_b}} \right) \quad (29)$$

Em que:

α = fator de conversão de unidades igual a 56.157;

$D(t)$ = coeficiente de difusão de cloretos, para a idade t , em cm^2/s ;

C_{th} = concentração crítica de cloretos, em % em peso de cimento;

C_s = concentração de cloretos na superfície do concreto, em % em peso de cimento;

C_b = teor de cloretos proveniente das matérias primas (agregados, cimento, água etc.), quando da produção do concreto.

De modo geral, a concentração de cloretos C_s é determinada como porcentagem em peso de concreto, no entanto, seu equivalente em peso de cimento pode ser calculado a partir do teor de cimento no concreto, em kg/m^3 , da seguinte forma:

$$C_s (\% \text{ peso de cimento}) = C_s (\% \text{ peso de concreto}) \times \left(\frac{2.300}{\text{teor de cimento}} \right) \quad (30)$$

O coeficiente de difusão de cloretos $D(t)$ varia com a idade do concreto, conforme a expressão abaixo:

$$D(t) = D(t_0) \cdot \left(\frac{t_0}{t} \right)^n \quad (31)$$

Onde:

$D(t_0)$ = coeficiente de difusão de cloretos, para a idade t_0 ;

n = fator de idade que, na ausência de valores específicos obtidos através de ensaios no concreto em questão, pode ser considerado igual a 0,5.

Para a aplicação do modelo de penetração de cloretos, pode-se utilizar o valor de $D(t_0)$ obtido por meio de ensaios específicos de difusão (neste caso, t_0 seria a idade na qual o concreto foi ensaiado) ou podem ser adotados os valores da Tabela 13 (determinados para t_0 igual a 0,0767).

Tabela 13 - Coeficientes de difusão de cloretos $D(t_0)$ ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$)

Tipo de cimento	a/c = 0,40	a/c = 0,45	a/c = 0,50	a/c = 0,55	a/c = 0,60
CP I	8,9	10,0	15,8	19,7	25,0
CP II-F	5,6	6,9	9,0	10,9	14,9
CP II-Z					
CP III	1,4	1,9	2,8	3,0	3,4

Fonte: Adaptada de EHE-08, 2011.

A concentração crítica de cloretos C_{th} deve ser estipulada pelo projetista, em conformidade com as especificidades da estrutura. Sob condições normais, um valor de 0,6% do peso de cimento pode ser adotado para verificação do estado-limite com relação à corrosão das armaduras passivas.

O valor da concentração de cloretos na superfície do concreto C_s depende das condições externas, em especial a orografia¹⁸ do terreno e o regime de ventos predominante na região, no caso de ambientes próximos ao litoral. Esse fator também varia com a idade do concreto, atingindo seu valor máximo aos 10 anos. Na indisponibilidade de valores de ensaios realizados em estruturas das proximidades, o projetista deve avaliar a possibilidade de adotar um valor para C_s de acordo com a Tabela 14.

Tabela 14 - Concentração de cloretos no superfície do concreto C_s

Classe de exposição	Tipo de exposição	Distância do litoral	C_s (% peso de concreto)
Marinha	Acima do nível do mar	Até 500 m	0,14
		500 m a 5.000 m	0,07
Marinha	Permanentemente submersa	Qualquer	0,72
Marinha	Sujeita a respingos de maré		0,50
Outra	Presença de cloretos	–	0,50

Fonte: Adaptada de EHE-08, 2011.

No caso em que $C_{th} - C_b > C_s$, considera-se comprovado o estado-limite.

2.12.5.2 Período de propagação

Admite-se concluída a etapa de propagação quando ocorre uma perda inadmissível de seção da armadura, causada pela desp passivação devido à corrosão, ou quando aparecem fissuras no cobrimento do concreto. O período necessário para que isso ocorra pode ser determinado pela expressão a seguir:

$$t_p = \frac{80 \cdot d}{\varnothing \cdot v_{\text{corr}}} \quad (32)$$

¹⁸ Características do relevo.

Onde:

t_p = tempo de propagação, em anos;

d = espessura de cobrimento, em mm;

\varnothing = diâmetro da armadura, em mm;

v_{corr} = velocidade de corrosão, em $\mu\text{m}/\text{ano}$.

Quando não houver dados experimentais específicos para o concreto e para as condições ambientais da obra, é possível determinar v_{corr} por intermédio da Tabela 15.

Tabela 15 - Velocidade de corrosão v_{corr} segundo a classe de exposição

Classes de exposição			v_{corr} ($\mu\text{m}/\text{ano}$)
Ambiente	Característica	Descrição	
Normal	Umidade alta	- Interiores com umidades relativas médias acima de 65% ou condensações; - Exteriores com ausência de cloretos e expostos a chuva (precipitação média anual superior a 600 mm); - Elementos estruturais enterrados.	3
	Umidade média	- Exteriores com ausência de cloretos e expostos a chuva (precipitação média anual inferior a 600 mm).	2
Marinho	Não submersa	- Estruturas acima do nível do mar.	20
	Submersa	- Estruturas permanentemente submersas.	4
	Zona de maré	- Estruturas sujeitas a respingos de maré.	50
	Presença de cloretos não provenientes de ambiente marinho	- Instalações não impermeabilizadas em contato com água que apresente elevado teor de cloretos não relacionados ao ambiente marinho.	20

Fonte: Adaptada de EHE-08, 2011.

2.12.5.3 Determinação da vida útil devido à corrosão da armadura

Deste modo, o tempo total de vida útil de uma estrutura de concreto é o resultado da soma do período de iniciação e do período de propagação da corrosão.

No caso de corrosão por carbonatação, a expressão assume a seguinte configuração:

$$t_L = t_i + t_p = \left(\frac{d}{K_c}\right)^2 + \frac{80 \cdot d}{\varnothing \cdot v_{corr}} \quad (33)$$

Já na situação de corrosão por cloretos, a equação será a disposta abaixo:

$$t_L = t_i + t_p = \left(\frac{d}{K_{Cl}}\right)^2 + \frac{80 \cdot d}{\varnothing \cdot v_{corr}} \quad (34)$$

2.13 DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

O dimensionamento de estruturas tem como objetivo principal garantir que o conjunto de seus elementos estruturais suporte as solicitações a que estará submetido, durante e após a execução, atendendo aos requisitos de segurança e estabilidade, ao mesmo tempo que evita deformações excessivas.

Segundo Kripka (2011, p. 17), o cálculo estrutural pode ser dividido em duas etapas: a análise e o dimensionamento. O autor sustenta que a finalidade da análise é conhecer a forma como a estrutura reage a um sistema de forças agindo sobre ela, no que tange aos esforços e às deformações. Após o estudo do comportamento da estrutura, realiza-se o dimensionamento em função do material empregado, com foco em impedir a ruína do conjunto estrutural e as deformações excessivas.

Portanto, o cálculo estrutural se destina a garantir que a estrutura preserve determinadas características que permitam sua utilização, de forma adequada e segura, ao longo da vida útil (que, para estruturas de concreto, normalmente é de 50 anos), cumprindo com as finalidades para as quais foi concebida.

Podem-se classificar os métodos de cálculo das estruturas de concreto armado em dois grupos, quais sejam: os métodos clássicos (ou das tensões admissíveis) e os métodos de cálculo na ruptura (ou dos estados-limite).

2.13.1 Métodos clássicos

São métodos determinísticos, onde, num primeiro momento, as solicitações correspondentes às cargas máximas de serviço são fixadas; então, são calculadas as tensões máximas decorrentes dessas solicitações, considerando-se que os materiais apresentem comportamento totalmente elástico; em seguida, as tensões são restringidas a uma função da resistência dos materiais, são as chamadas tensões admissíveis. Garante-se, assim, a segurança do sistema estrutural (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2020, p. 47).

2.13.2 Métodos de cálculo na ruptura

Ainda de acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2020, p. 47-48), são métodos onde a garantia de segurança consiste em fazer com que as solicitações referentes às cargas majoradas (ou solicitações de cálculo) sejam inferiores às solicitações últimas, que resultariam na ruína da

estrutura (ou em um estado-limite último) se as resistências reais dos materiais (ou resistências características) fossem minoradas por coeficientes de ponderação das resistências (ou resistências de cálculo).

2.14 OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS

Ao dar início a uma nova concepção estrutural, o projetista se ampara fortemente na experiência adquirida em projetos prévios e na própria intuição. Quando, durante o desenvolvimento de um dado projeto, se depara com alguma etapa problemática, a resposta intuitiva é fazer uso da tentativa e erro. Não há, neste caso, uma maneira formal de aprimorar o projeto; uma vez encontrada uma solução, o projetista deve tomar a decisão de aceitá-la ou seguir refinando a busca. Entretanto, essa rotina peca por apresentar lento progresso e não garantir o sucesso da empreitada. À vista disso, os avanços nas técnicas numérico-computacionais proporcionaram a sistematização da busca por soluções. Essa é a conjuntura onde estão inseridos os métodos de otimização.

A otimização, conforme descrevem Brasil e Silva (2019, p. 1), é o processo que visa encontrar a melhor opção possível, dentre as inúmeras alternativas de um determinado objetivo, atendendo a certas limitações, critérios de seleção e com os recursos disponíveis. Segundo os autores, dá-se o nome de projeto ótimo àquele em que é constante a busca pelo melhor desempenho nas suas diversas disciplinas.

Um projeto ótimo é estruturado em uma rotina onde, sistematicamente, realizam-se os seguintes passos: identificação das variáveis de projeto; definição da função objetivo¹⁹ e das funções de restrição²⁰; escolha do método de otimização mais adequado. A utilização de um processo computadorizado, auxiliado por um algoritmo de otimização, resulta em um modelo de projeto ótimo que tende a encontrar soluções mais seguras e econômicas, além reduzir o tempo de busca.

Sobre esse tema, Brasil e Silva argumentam que

em termos matemáticos, a otimização trata de encontrar valores extremos (máximos ou mínimos) de uma função (a função objetivo) que depende de uma ou mais variáveis de projeto, sujeitas às restrições de igualdade ou de desigualdade. Trata-se de um campo de conhecimento e de pesquisa extremamente vasto, aplicado a todas as áreas das engenharias, das ciências em geral, da logística etc. Na administração de empresas ela é às vezes renomeada de pesquisa operacional (2019, p. 2).

¹⁹ Aquela que mede o mérito relativo de uma determinada solução.

²⁰ Definidas pelas limitações existentes.

Assim, o processo matemático que objetiva chegar a uma configuração estrutural onde, de acordo com algum critério de desempenho pré-definido, haja uma performance ótima, é denominado otimização estrutural. Nesse processo, devem ser obedecidas restrições de resistência (estado-limite último), rigidez (estado-limite de serviço) e outros limites de norma.

Um problema de otimização com múltiplos critérios ou multiobjetivo, segundo Ticona e Delbém (2008), apresenta um conjunto de funções objetivo que devem ser otimizadas (minimizar ou maximizar). Também possui restrições e limites que precisam ser atendidas para que uma dada solução seja adequada ou factível. O conjunto de todas as soluções factíveis forma a região factível ou espaço de busca. Enquanto na otimização de objetivos simples o espaço de objetivos é unidimensional, na abordagem multiobjetivo o vetor das funções objetivo compõe um espaço multidimensional.

As funções objetivo dos problemas de otimização multiobjetivo apresentam, o mais das vezes, caráter conflitante em si; nestes casos, não é possível melhorar o valor de uma certa função (f_1) sem piorar o valor de uma outra função (f_2). A não ser que seja atribuída uma escala de importância, não é possível estabelecer qual objetivo tem prevalência sobre os outros.

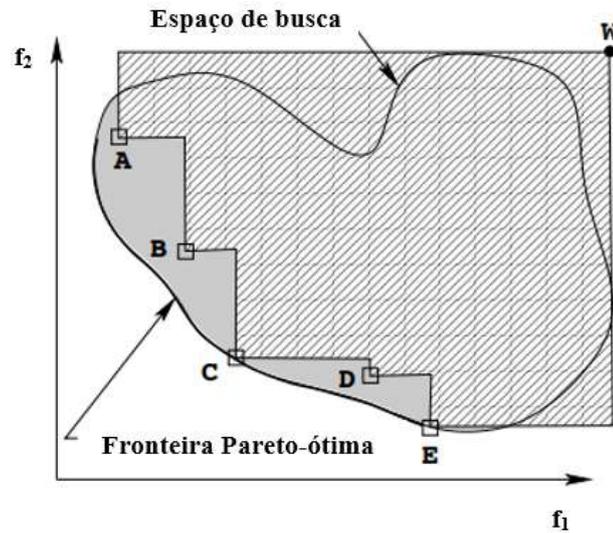
O conceito de dominância de Pareto é empregado na comparação entre soluções factíveis de um problema. Para duas soluções x e y , pode-se dizer que x domina y na medida em que são atendidas as seguintes condições:

1. A solução x é pelo menos igual a y em todas as funções objetivo;
2. A solução x é superior a y em pelo menos uma função objetivo.

Em uma situação em que seja avaliada a relação custo-desempenho, por exemplo, pode haver soluções vantajosas no quesito desempenho, mas que sejam piores no custo e vice-versa. Logo, existe um conjunto de alternativas ótimas que são classificadas como não-dominadas entre si, o qual recebe o nome de conjunto Pareto-ótimo. Em se tratando de problemas de otimização multiobjetivo, o conjunto Pareto-ótimo representa o conjunto de soluções ótimas. Ao conjunto de valores das funções objetivo do conjunto Pareto-ótimo é dado o nome de fronteira de Pareto.

A Figura 31, a seguir, permite visualizar como normalmente se dispõem o espaço de busca e a fronteira de Pareto nos problemas de otimização multiobjetivo. A escolha da solução mais adequada fica atrelada à importância de cada objetivo e ao critério do tomador de decisão (projetista).

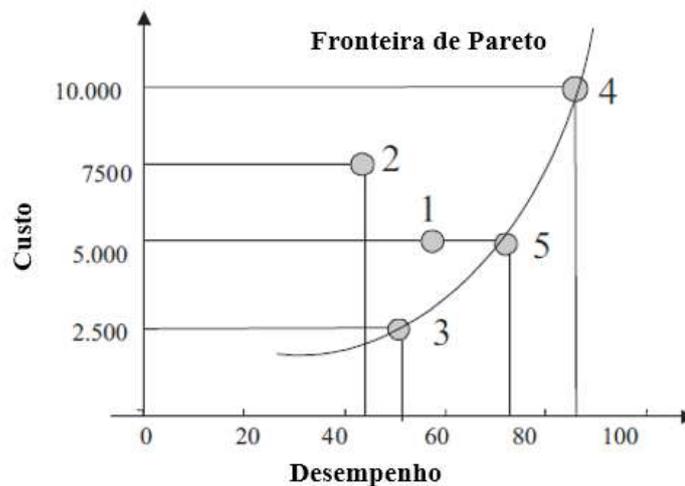
Figura 31 - Representação do espaço de busca delimitado pelas soluções não-dominadas



Fonte: Adaptada de Deb, 2011.

Na otimização multiobjetivo, um operador de dominância permite dividir o conjunto de soluções em dois grupos distintos: soluções dominadas e não-dominadas. Na Figura 32, exemplifica-se a relação de dominância da solução 5 sobre a 1, e da solução 3 sobre a 2, em uma situação hipotética onde o custo e o desempenho figuram como objetivos.

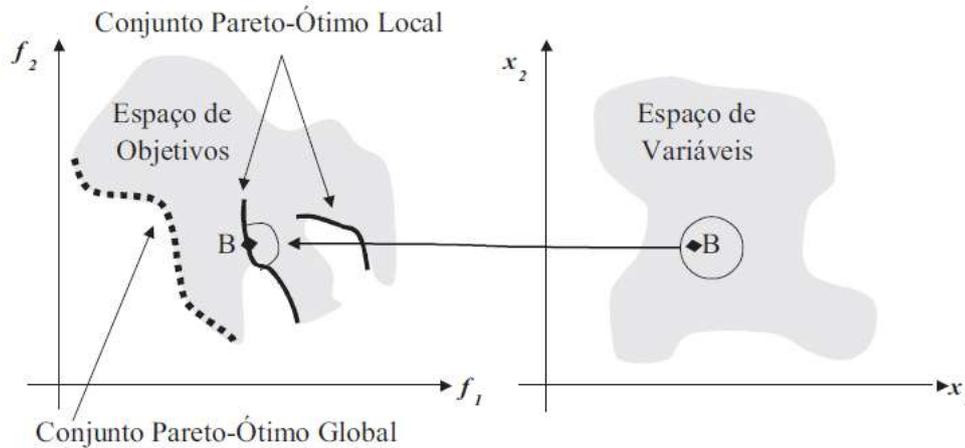
Figura 32 – Relação de dominância entre as soluções de um problema hipotético envolvendo custo e desempenho



Fonte: Adaptada de Ticona e Delbém, 2008.

Na Figura 33, a seguir, encontram-se dispostos dois conjuntos Pareto-ótimos não-dominados localmente, com sua respectiva vizinhança no espaço de objetivos e no espaço de variáveis.

Figura 33 - Soluções Pareto-ótimas locais e globais



Fonte: Ticona e Delbém, 2008.

Deb et al. (2001; 2003 apud TICONA; DELBÉM, 2008), classificam em três as principais metas durante a otimização multiobjetivo:

1. Chegar a um conjunto de soluções o mais próximo da fronteira de Pareto possível;
2. Chegar em um conjunto de soluções o mais diversificado possível;
3. Cumprir a duas metas precedentes com a maior eficiência computacional possível.

2.15 ALGORITMOS EVOLUCIONÁRIOS

Algoritmos são sequências ordenadas e finitas de instruções que devem ser seguidas com vistas a um determinado objetivo. As linguagens de programação computacional consistem em conjuntos de instruções dadas aos computadores na intenção de criar e manipular programas.

No caso dos algoritmos evolucionários (ou evolutivos), são usados modelos computacionais inspirados na teoria dos processos naturais de evolução como ferramentas para a resolução de problemas. Embora diversos modelos “bio-inspirados” tenham sido desenvolvidos no decorrer do tempo, todos eles apresentam em comum o conceito de simulação da evolução das espécies através de seleção, mutação e reprodução. Estes algoritmos são classificados como heurísticas²¹ e não garantem a obtenção da melhor solução possível em todas as suas execuções (LINDEN, 2008, p. 40).

²¹ Algoritmos polinomiais que não têm qualquer garantia sobre a qualidade da solução encontrada, embora frequentemente cheguem à solução ótima ou próximo dela (LINDEN, 2008, p. 40).

Os algoritmos evolutivos vêm sendo amplamente utilizados em problemas de otimização. De acordo com Goldberg (1989 apud TICONA; DELBÉM, 2008, p. 15), estes algoritmos têm como uma de suas principais características a capacidade de encontrar soluções ótimas ou adequadas para um problema complexo sem fazer uso de informações adicionais, como o cálculo de derivadas de funções. Os algoritmos evolutivos encontram, também, promissora aplicabilidade na resolução de problemas de decisão multiobjetivo.

2.15.1 Algoritmos genéticos

Algoritmos genéticos, por sua vez, são uma derivação dos algoritmos evolucionários e, portanto, podem ser definidos como uma ferramenta de busca baseada na analogia do processo biológico que teoriza a evolução natural. Nesta técnica, populações de indivíduos são estabelecidas e submetidas aos operadores genéticos de seleção, de recombinação (*crossover*) e de mutação. Tais operadores fazem uso de uma caracterização da qualidade de cada indivíduo como solução do problema que se apresenta – também chamada de avaliação –, desencadeando um processo de evolução natural deste indivíduo, eventualmente dando origem a um novo indivíduo que caracterizará uma solução adequada (talvez até uma solução ótima) para o problema em questão (LINDEN, 2008, p. 43-44). De modo genérico, os algoritmos genéticos têm estruturação semelhante ao que é mostrado na Figura 34.

Figura 34 - Estrutura genérica de um algoritmo genético

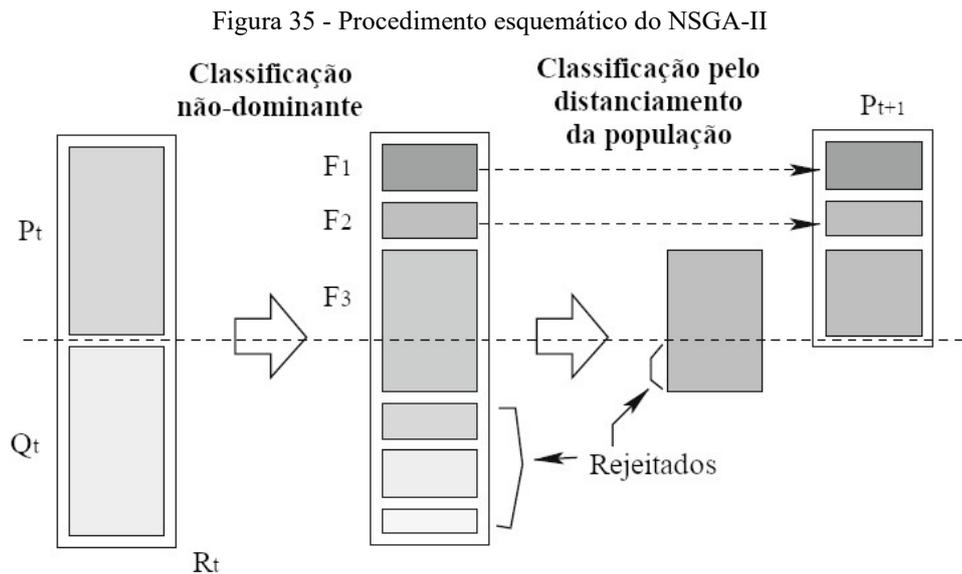
Pseudocódigo dos AGs
<p><i>Início</i></p> <p>Gerar uma população aleatória inicial \mathbb{P}_k</p> <p>$k \leftarrow 0$</p> <p>Avaliar a aptidão dos indivíduos da população \mathbb{P}_k</p> <p style="padding-left: 2em;"><i>Enquanto</i> o critério de parada não for satisfeito:</p> <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 1em;"> <p>$k \leftarrow k + 1$</p> <p>Selecionar \mathbb{P}_k a partir de \mathbb{P}_{k-1}</p> <p>Aplicar cruzamento sobre \mathbb{P}_k</p> <p>Aplicar mutação sobre \mathbb{P}_k</p> <p>Avaliar \mathbb{P}_k</p> </div> <p><i>Fim</i></p> <p><i>Resultado: solução ótima</i></p> <p><i>Fim</i></p>

Fonte: Bezerra, 2017.

Conforme Babaei e Mollayi (2016 apud BEZERRA, 2017), destaca-se, em meio aos vários algoritmos genéticos usados no tratamento de problemas de otimização multiobjetivo, o algoritmo denominado como *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II*²² (NSGA-II), de autoria de Deb et al. (2002 apud BEZERRA, 2017). Trata-se de uma evolução do *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA), algoritmo esse proposto por Sirinivas e Deb (1995 apud BEZERRA, 2017).

O NSGA-II representa um avanço em relação ao algoritmo que o antecedeu – que já tinha considerável eficácia no tratamento da otimização multiobjetivo, ao ordenar as soluções com classificação não-dominada e atribuir a aptidão ao *ranking* –, por apresentar maior rapidez na classificação da solução (COELLO, 2006; BABAEI; MOLLAYI, 2016 apud BEZERRA, 2017).

A Figura 35 ilustra o procedimento geral de classificação adotado pelo NSGA-II.

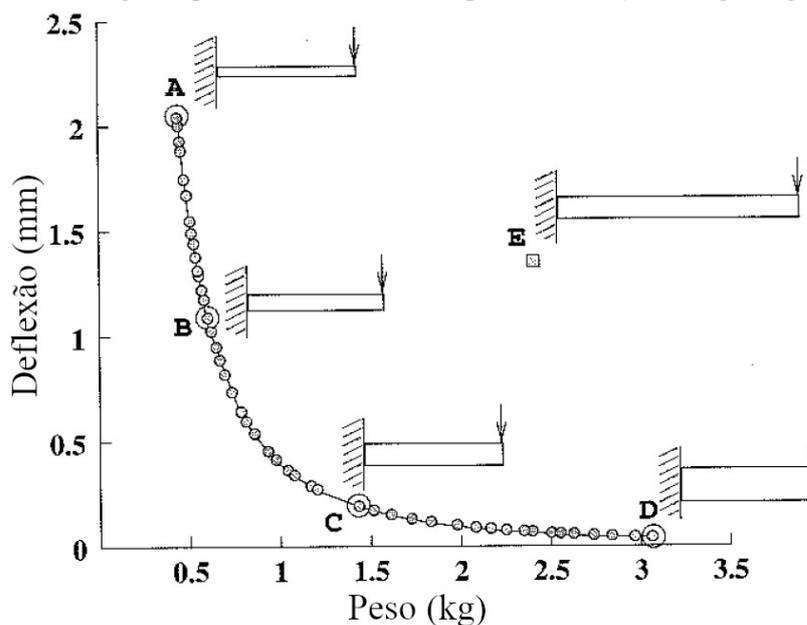


Fonte: Adaptada de Deb, 2011.

A Figura 36 apresenta, por sua vez, um exemplo de aplicação que esse tipo de procedimento de otimização encontra na Engenharia Civil: dimensionamento de vigas engastadas. Nesse exemplo, a deflexão e o peso são minimizados, e as variáveis de decisão são o comprimento da barra e diâmetro da seção. O diagrama mostra o espaço de objetivos associado ao problema: valores de deflexão e valores de peso para diferentes configurações de comprimento e diâmetro (CALLE, 2017).

²² Algoritmo Genético de Classificação Não-Dominante II.

Figura 36 - Diagrama peso × deflexão em exemplo de otimização de vigas engastadas



Fonte: Adaptada de Calle, 2017.

2.16 REFERENCIAL NORMATIVO

Visando a padronização, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), através de instruções normativas específicas, regulamenta os procedimentos a serem empregados na concepção de projetos, na execução e no controle das obras e dos materiais a fim de garantir a segurança e a qualidade do produto resultante.

As principais referências normativas nacionais, no caso das estruturas de concreto, são dispostas a seguir:

- ABNT NBR 6118:2014: projeto de estruturas de concreto – procedimento (cancela e substitui a versão de 2007);
- ABNT NBR 6120:2019 (versão corrigida de 2019): ações para o cálculo de estruturas de edificações;
- ABNT NBR 8681:2003 (versão corrigida de 2004): ações e segurança nas estruturas – procedimento;
- ABNT NBR 6123:1988 (versão corrigida 2 de 2013): forças devidas ao vento em edificações – procedimento;
- ABNT NBR 14931:2004: execução de estruturas de concreto – procedimento;
- ABNT NBR 9062:2006: projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado;

- ABNT NBR 15200:2012: projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio;
- ABNT NBR 15421:2006: projeto de estruturas resistentes a sismos – procedimento.

Dentre essas, a ABNT NBR 6118 merece destaque por definir os critérios gerais e os requisitos básicos que norteiam o projeto das estruturas de concreto simples, armado e protendido, nas mais diversas aplicações, devendo ser complementada por outras normas brasileiras na medida da necessidade.

Também são pertinentes os seguintes regulamentos internacionais, que podem ser usados em situações específicas, mediante justificativa plausível:

- Building Code Requirements for Reinforced Concrete - normas editadas pelo American Concrete Institute (ACI);
- CEB-FIP Model Code (Comite Euro-Internacional du Beton) – condensa o desenvolvimento técnico e científico de análise e projeto de estruturas de concreto;
- Eurocode 2 – regulamenta o projeto de estruturas de concreto.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O desenvolvimento deste trabalho se amparou na revisão bibliográfica para o embasamento teórico a respeito dos assuntos temáticos, quais sejam: estruturas de concreto armado, com foco específico nas lajes nervuradas e em suas características; fatores relacionados à durabilidade e à vida útil de estruturas de concreto armado; otimização multiobjetivo de estruturas de concreto armado; aplicação de algoritmos genéticos na otimização multiobjetivo.

Além da literatura técnica e das normas necessárias, buscou-se o aprofundamento nos temas em pesquisas acadêmicas, como trabalhos de conclusão, dissertações de mestrado, teses de doutorado e artigos científicos.

Após a referida revisão da literatura e o entendimento do atual estado da arte nos diferentes tópicos, formulou-se o problema com relação à definição das variáveis de projeto, das funções objetivo, e das restrições (quanto à resistência e à rigidez) a serem impostas e, em seguida, aplicou-se o algoritmo NSGA-II – por intermédio da ferramenta *SolveXL* – na otimização multiobjetivo do elemento estrutural.

Analisou-se, ao final, de que forma as mudanças nos parâmetros de configuração do suplemento *SolveXL*, tais como o tamanho da população, os tipos de operadores e as taxas de recombinação e mutação, influenciam na obtenção das soluções factíveis e no tempo de execução da rotina. Adicionalmente, verificou-se a viabilidade de emprego do método no dimensionamento otimizado de lajes nervuradas.

A formulação deste trabalho foi adaptada a partir dos estudos de Marcolin (2013) e de Mezzomo (2020), dedicados à otimização estrutural de lajes nervuradas de concreto armado e à maximização da vida útil em pilares de concreto armado, respectivamente.

3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A laje nervurada a ser otimizada foi definida como sendo moldada no local, com vinculação simplesmente apoiada e armada em apenas uma direção, ou seja, com a relação entre o lado maior e o lado menor acima de 2, conforme exposto abaixo.

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} > 2 \quad (35)$$

Para este trabalho, λ foi fixado em 2,05, fazendo o lado maior (ℓ_y) da laje variar de acordo com o vão a ser vencido pelas nervuras no dimensionamento (ℓ_x), a fim de respeitar a condição de armadura no sentido unidirecional.

Foram considerados como parâmetros constantes durante o processo de otimização as seguintes propriedades dos materiais: resistência de cálculo de escoamento (f_{yd}), módulo de elasticidade (E_s) e deformação específica do aço (ε_{yd}), referentes ao aço CA-50; resistência de cálculo à compressão (f_{cd}), resistência à tração direta (f_{ct}), módulo de elasticidade secante (E_{cs}), deformação específica na ruptura (ε_{cu}) do concreto, de acordo com o tipo de concreto selecionado em cada caso antes do início da otimização.

Também se mantiveram constantes durante a otimização o custo monetário por unidade de massa do aço (C_s), o custo monetário por unidade de área das fôrmas (C_f), o custo monetário por unidade de volume de concreto (C_c), conforme o tipo de concreto escolhido para a realização de cada otimização.

O modelo de cálculo de vida útil escolhido para a realização deste estudo foi o proposto pela norma espanhola *Instrucción de Hormigón Estructural* (EHE-08), conforme descrito no item 2.12.5 deste trabalho, tomando-se como referência o processo de corrosão da armadura por efeito da carbonatação. Considerou-se que o ambiente de instalação da estrutura corresponde à classe II de agressividade ambiental, normal (não marinho) e com umidade alta. Admitiu-se que a estrutura estaria protegida da chuva e que a taxa de aeração do concreto seria inferior 4,5%. O aglomerante escolhido foi o cimento Portland tipo CP II-Z, com adição de material pozzolânico.

Para cada cenário onde o vão permaneceu fixo, buscou-se analisar, primeiramente, os resultados da otimização e do cálculo da vida útil utilizando concreto do tipo C25, por ser o mínimo exigido pela norma para ambientes de agressividade classe II. Após a otimização inicial, verificou-se qual seria o comportamento dos outros tipos de concreto pertencentes ao grupo I de resistência.

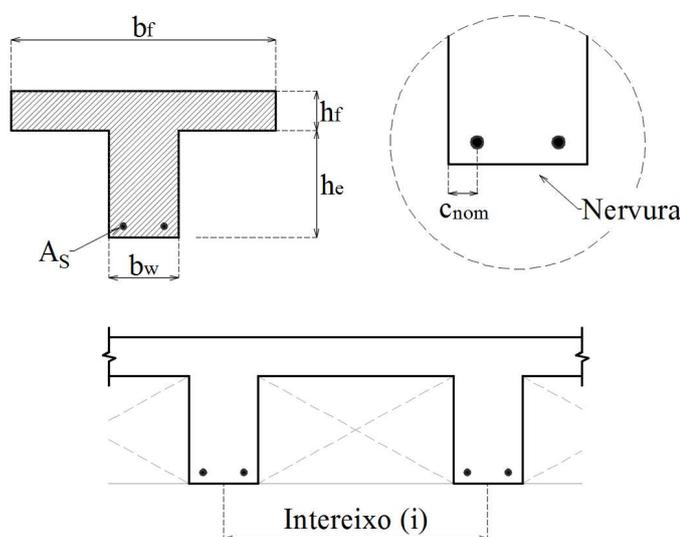
3.1.1 Variáveis de projeto

Determinam a amplitude do espaço de busca para as soluções da otimização, devem ser independentes entre si e são classificadas como discretas ou contínuas. Quando discretas, as variáveis podem assumir somente alguns valores específicos dentro de um conjunto; quando contínuas, podem assumir qualquer valor real em um determinado intervalo (KRIPKA, 2011).

Diante do que foi abordado na revisão bibliográfica, as variáveis independentes com potencial de influir na otimização da seção de uma laje nervurada e que, assim sendo, deveriam ser manipuladas na busca por soluções ótimas para o problema foram: a espessura da mesa (h_f), a espessura da nervura (b_w), a altura da nervura (h_e), o entreixo (i) e o cobrimento nominal da armadura (c_{nom}).

Na Figura 37 estão ilustradas a seção típica de uma laje nervurada unidirecional e as variáveis de projeto adotadas neste trabalho.

Figura 37 - Seção seção típica de uma laje nervurada unidirecional e as variáveis de projeto adotadas



Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Como variáveis dependentes das variáveis de projeto, teve-se o momento fletor de cálculo solicitante (M_d), o esforço cisalhante de cálculo (V_{sd}) por nervura, a flecha imediata (a_i), o diâmetro das barras da armadura de flexão (\emptyset), a área de aço da armadura de flexão (A_s), a largura colaborante total (b_f), a largura colaborante parcial (b_1), a altura total (h), a altura útil (d) e a distância entre faces de nervuras (ℓ_0).

3.1.2 Funções objetivo

Definem e quantificam uma certa medida de desempenho ou um certo critério de eficiência que se almeja minimizar ou maximizar, atuando como indicador de qualidade da solução (KRIPKA, 2011; BEZERRA, 2017).

Neste estudo, a otimização visou diminuir os custos com materiais e, ao mesmo tempo, maximizar o tempo de vida útil de lajes nervuradas de concreto armado. Inicialmente, calculou-

se o custo com materiais envolvido em uma nervura e, a partir disso, determinou-se o custo para a laje como um todo.

A função objetivo $f_1(x)$, que descreve o custo total da laje e deve ser minimizada, é expressa da seguinte forma:

$$f_1(x) = (V_c \cdot C_c + M_s \cdot C_s + A_f \cdot C_f) \cdot (\ell_y / b_f) \quad (36)$$

Onde V_c é o volume de concreto, M_s é a massa de aço e A_f é a área de fôrmas, considerando-se uma nervura apenas. As descrições das funções usadas para obtenção desses quantitativos se encontram dispostas abaixo. O fator (ℓ_y / b_f) determina a quantidade de nervuras necessárias para abranger toda a laje em sua maior dimensão. O produto deste fator pelo custo de uma nervura é o custo total da laje.

$$V_c = ((h_f \cdot b_f + b_w \cdot (h - h_f)) \cdot \ell_x \quad (37)$$

$$M_s = (A_s \cdot \ell_x) \cdot \gamma_s \quad (38)$$

Sendo γ_s a massa específica do aço, admitida como sendo igual a 7.850 kg/m³.

$$A_f = (2 \cdot (h_f + h_e) + b_f + b_w + (b_f - b_w)) \cdot \ell_x \quad (39)$$

A função que descreve a vida útil em anos da estrutura e deve ser maximizada, $f_2(x)$, é representada como segue:

$$f_2(x) = t_i + t_p \quad (40)$$

Onde t_i é o tempo de iniciação e t_p o tempo de propagação, descritos no presente trabalho pelas equações 25 e 32, respectivamente.

3.1.3 Restrições

Como já mencionado ao longo do trabalho, o processo de otimização tem como objetivo obter, através da manipulação das variáveis independentes, soluções factíveis para um determinado problema. Essas soluções, na otimização de estruturas de concreto armado, devem resultar

em sistemas que atendam às exigências de segurança e durabilidade, com desempenho apropriado nas condições normais de utilização, sem que haja deformações excessivas, e devem ser possíveis de executar.

As restrições têm como função garantir que as soluções factíveis, encontradas por meio da otimização, obedeçam aos requisitos estabelecidos pelo projetista. Essas limitações podem ser de caráter econômico ou tecnológico e precisam ser consideradas, sob pena de os resultados obtidos conduzirem a situações não aplicáveis na prática ou que se afastem do comportamento real do fenômeno em estudo (KRIPKA, 2011). Logo, no caso de lajes nervuradas de concreto armado, deve-se respeitar as restrições dos estados-limite último (resistência) e de serviço (rigidez), além das prescrições normativas quanto às dimensões. Adicionalmente, pode-se considerar nas restrições as recomendações relativas à boa prática de projeto (BEZERRA, 2017).

A fim de compatibilizar as restrições, diminuindo a interferência numérica das ordens de grandeza e das unidades de medida das variáveis, optou-se por normalizá-las.

A. Verificação quanto à armadura de flexão mínima e máxima requerida:

$$g_1 = \frac{A_s}{A_{s,\min}} - 1 \geq 0 \quad (41)$$

$$g_2 = 1 - \frac{A_s}{A_{s,\max}} \geq 0 \quad (42)$$

B. Verificação quanto à flecha total:

$$g_3 = 1 - \frac{a_t}{a_{\lim}} \geq 0 \quad (43)$$

C. Verificação da dispensa de armadura transversal e da ruptura por compressão:

$$g_4 = 1 - \frac{V_{Sd}}{V_{Rd1}} \geq 0 \quad (44)$$

$$g_5 = 1 - \frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} \geq 0 \quad (45)$$

D. Verificação quanto às dimensões da seção transversal:

$$g_6 = 1 - \frac{h_f}{h_{\min}} \leq 0 \quad (46)$$

$$g_7 = 1 - \frac{b_w}{b_{\min}} \leq 0 \quad (47)$$

$$g_8 = \frac{b_1}{\frac{\ell_0}{2}} - 1 \leq 0 \quad (48)$$

$$g_9 = 1 - \frac{i}{i_{\min}} \leq 0 \quad (49)$$

$$g_{10} = \frac{i}{i_{\max}} - 1 \leq 0 \quad (50)$$

$$g_{11} = 1 - \frac{c_{\text{nom}}}{c_{\min}} \leq 0 \quad (51)$$

E. Verificação quanto à vida útil mínima de projeto:

$$g_{12} = 1 - \frac{VU}{VU_{\min}} \leq 0 \quad (52)$$

Esta última restrição teve pouco efeito no processo de otimização, uma vez que, ao atender às demais restrições, as soluções obtidas superaram o valor mínimo de 50 anos em todas as situações.

3.1.4 Custos unitários

Os valores unitários de cada material foram retirados da tabela de preços de insumos no padrão desonerado do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI), referente ao mês de outubro de 2021, com relação ao estado do Rio Grande do Sul, e não consideraram a mão de obra.

Para o custo monetário do concreto (Tabela 16), desconsiderou-se o concreto C20 por não atender aos requisitos mínimos de utilização em ambientes cuja agressividade ambiental é definida como classe II.

Tabela 16 - Custo monetário do concreto por unidade de volume

Classe de resistência do concreto	C25	C30	C35	C40	C45	C50
Custo (R\$/m³)	423,2	436,29	449,31	462,34	483,09	516,14

Fonte: SINAPI, 2021.

Para o custo monetário da armadura, adotou-se apenas o valor referente ao aço CA-50 a ser utilizado na armadura principal, como pode ser observado na Tabela 17. O valor utilizado engloba os diâmetros de barras de 10,0; 12,5; 16,0 e 20,0 mm, e representa o valor médio dessas bitolas.

Tabela 17 - Custo monetário do aço por unidade de massa

Tipo de aço da armadura	CA-50
Custo (R\$/kg)	10,70

Fonte: SINAPI, 2021.

Com relação ao custo monetário das fôrmas (Tabela 18), adotaram-se chapas de madeira compensada e plastificada, de $2,20 \times 1,10$ m e espessura de 12 mm. Não foi contabilizado o custo dos escoramentos.

Tabela 18 - Custo monetário das fôrmas por unidade de área

Tipo de fôrma	Chapas de madeira compensada e plastificada
Custo (R\$/m²)	79,25

Fonte: SINAPI, 2021.

3.1.5 Cargas de projeto

Neste item se encontram descritos os procedimentos realizados para a obtenção da carga total (P) que incide sobre a laje nervurada de projeto.

A. *Peso próprio*

O peso próprio da estrutura de concreto armado (P_c) foi determinado pela espessura equivalente entre mesa e nervura da laje, utilizando-se como peso específico aparente do concreto armado (γ_c) o valor de 25 kN/m³. A expressão utilizada para o cálculo do peso próprio da laje pode ser observada abaixo:

$$P_c = \left\{ h_f + b_w \cdot \left[\frac{h_e}{(\ell_0 + b_w)} \right] \right\} \cdot \gamma_c \quad (53)$$

B. *Carga acidental*

Considerou-se que a laje nervurada seria destinada a uma sala de uso geral de edifício comercial, informação que permite a definição da carga variável (q) referente ao fim de utilização da estrutura como sendo igual a 2,5 kN/m², de acordo com a NBR 6120:2019.

C. *Peso do enchimento*

Nos vazios entre nervuras foram adotados blocos de EPS como material de enchimento, que, de acordo com a NBR 6120:2019, apresentam peso específico aparente (γ_e) igual a 0,3 kN/m³. A espessura do bloco depende da altura da nervura (h_e) e o carregamento devido ao enchimento (P_e) foi estimado pela seguinte expressão:

$$P_e = \left[\frac{h_e \cdot \ell_0}{(\ell_0 + b_w)} \right] \cdot \gamma_e \quad (54)$$

D. *Peso do piso*

O piso foi definido como sendo de porcelanato, com 2 cm de espessura, cujo peso específico aparente (γ_p) dado pela norma é igual a 23 kN/m³. A ação que o piso exerce na laje por unidade de área (P_p) é dada pela equação abaixo:

$$P_p = e_p \cdot \gamma_p \quad (55)$$

E. Peso da argamassa de regularização

Para a regularização da base foi considerada uma argamassa composta de cal, cimento e areia, com peso específico aparente médio (γ_a) igual a 21 kN/m³ e espessura de 3 cm. A relação para determinar a carga referente à argamassa de regularização é dada por:

$$P_a = e_a \cdot \gamma_a \quad (56)$$

F. Peso do forro

O forro a ser suportado pela laje foi definido como sendo de gesso acartonado, com estrutura de suporte inclusa. O peso deste material (γ_f) é especificado pela norma como sendo igual a 0,25 kN/m².

$$P_f = \gamma_f \quad (57)$$

G. Carga total por nervura

Finalmente, a partir das ações permanentes diretas e das ações variáveis normais atuantes na laje, determina-se a carga total (P) agindo sobre cada nervura, de acordo com a equação que segue:

$$P = (P_c + P_e + P_p + P_a + P_f + q) \cdot (\ell_0 + b_w) \quad (58)$$

Essa carga total P , portanto, variou de acordo com as dimensões da seção transversal da laje nervurada.

3.1.6 Implementação computacional

O problema de otimização multiobjetivo aqui proposto foi implementado em uma planilha do Microsoft Excel, onde foram feitas as verificações de dimensionamento e comportamento estrutural da laje para avaliar a aptidão das soluções. A planilha do presente estudo foi desenvolvida com base na planilha formulada por Marcolin (2013), em seu trabalho de conclusão sobre otimização estrutural com objetivo simples.

Com relação à anterior, a atual planilha foi ampliada no sentido de contemplar as variáveis envolvidas na determinação da vida útil. Adicionalmente, verificou-se se os critérios de dimensionamento estrutural estavam de acordo com a versão mais atual da NBR 6118, atualizada em 2014, fazendo-se as alterações pontuais necessárias. A planilha também sofreu acréscimos e modificações na disposição das variáveis independentes, das funções objetivo e das restrições do problema, a fim de atender às exigências da ferramenta *SolveXL*.

3.1.6.1 Configuração inicial da ferramenta de otimização

O processo de otimização em si ficou a cargo do *SolveXL*, um suplemento desenvolvido pela empresa britânica *Exeter Advanced Analytics* que adiciona ao Excel a possibilidade de usar algoritmos na resolução de diversos problemas de otimização. Este suplemento foi escrito na linguagem C++ e faz sua interação com o programa da Microsoft através de uma interface binária no padrão *Component Object Model* (COM).

O *SolveXL* (versão 1.0.5.2) passou a ser disponibilizado gratuitamente após a dissolução da empresa em 2018 e pode ser baixado através do site www.solvexl.com. Uma vez instalada, a ferramenta pode ser acessada na aba *Suplementos* do Excel, onde estarão os comandos básicos para configuração de parâmetros, execução de rotinas de otimização e verificação de soluções.

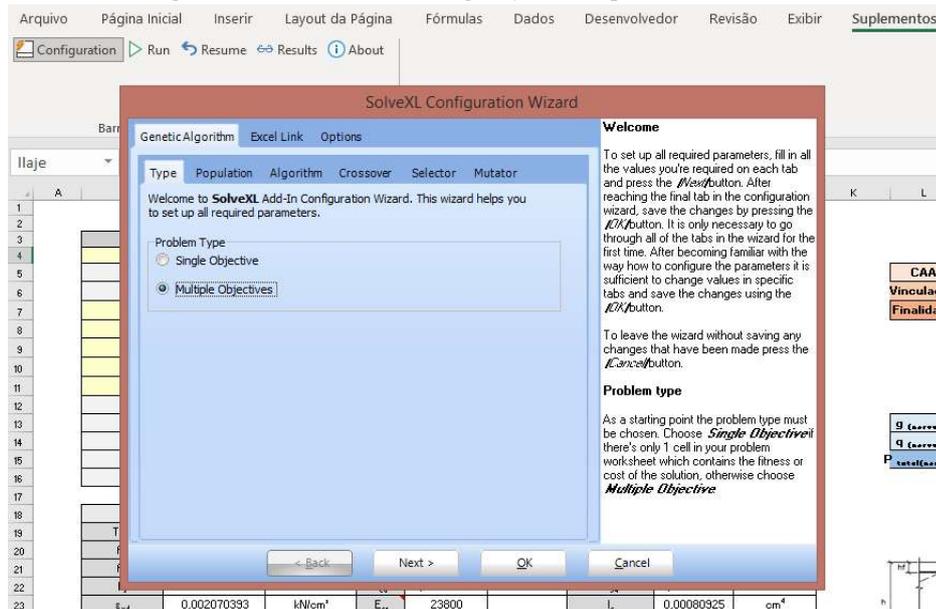
Antes que se possa configurar essa ferramenta para utilização na resolução de problemas, entretanto, é preciso que na *Pasta de trabalho*²³ haja uma *Planilha*²⁴ intitulada *Problem*, onde, preferencialmente, devem estar contidos os principais dados para a otimização.

Atendido o pré-requisito acima, procede-se à configuração. O botão *Configuration* dá acesso à interface inicial do *SolveXL*, conforme Figura 38, onde inicialmente se especificam os parâmetros referentes ao algoritmo genético, em seguida deve ser feita a ponte entre o suplemento e as células de interesse na planilha, e por último são disponibilizadas algumas opções gerais de processamento computacional.

A primeira opção a ser escolhida é o tipo de otimização desejada: com um simples objetivo ou com múltiplos objetivos (limitado a no máximo três objetivos).

²³ Arquivo do Excel, considerado como um todo, que pode conter uma ou mais planilhas.

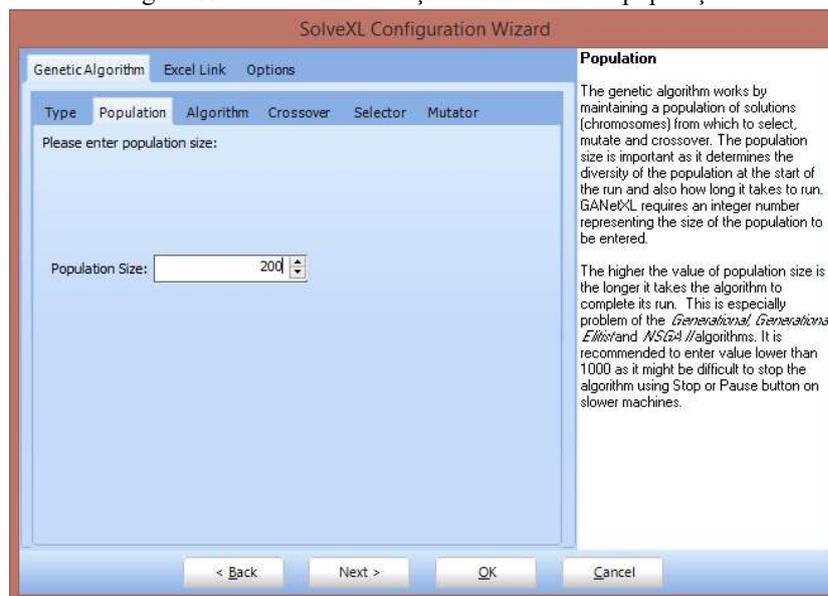
²⁴ Ambiente onde são executadas as fórmulas e manipulados os dados; o título de cada planilha fica localizado na barra inferior da interface do Excel, chamada *Guia de Planilhas*.

Figura 38 - Interface de configuração do suplemento *SolveXL*

Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

A opção seguinte permite a escolha do tamanho da população (Figura 39). Este parâmetro implica a quantidade de soluções (ou cromossomos) que o algoritmo genético deve preservar, para em seguida realizar a mutação e o *crossover*. O tamanho da população determina a diversidade das soluções no início de cada rotina e o tempo necessário para concluir essas rotinas. Quanto maior a população, tanto maior o intervalo de operação do algoritmo para cada rodada de otimização.

Figura 39 - Janela de definição do tamanho da população

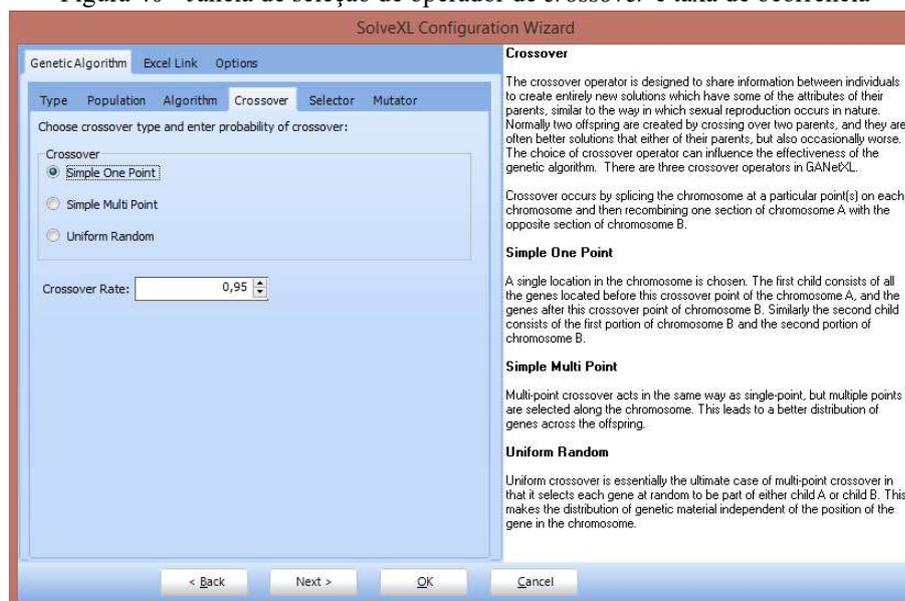


Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

No caso de otimizações multiobjetivo, o único algoritmo disponível na ferramenta é o NSGA-II, cuja premissa de operação foi abordada em maiores detalhes no item 2.15.1 deste trabalho.

A opção seguinte se refere ao operador de *crossover*, que é designado para o compartilhamento de informações entre indivíduos no intuito de criar soluções com algumas características em comum com os indivíduos que as originaram, de modo análogo ao que ocorre na reprodução sexuada na natureza. As alternativas aqui disponíveis são *Simple One Point*, *Simple Multi Point* e *Uniform Random*, que se diferenciam entre si pela forma como seccionam os cromossomos em pontos específicos para em seguida recombinar uma seção do cromossomo *A* com a seção oposta do cromossomo *B*. Nesta janela (Figura 40) também pode ser alterada a taxa de *crossover*.

Figura 40 - Janela de seleção de operador de *crossover* e taxa de ocorrência



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O operador de seleção disponível no *SolveXL* é o *Crowded Tournament*, que escolhe aleatoriamente duas soluções a partir da população e as compara. A solução com melhor classificação (*rank*) vence. Caso ambas tenham o mesmo *rank*, a solução com maior distanciamento da população vence. No caso de as duas soluções terem o mesmo *rank* e o mesmo distanciamento da população, a vencedora é escolhida de forma aleatória.

O último parâmetro do algoritmo genético que pode ser modificado dentro da ferramenta é o operador de mutação, cuja função é disponibilizar material genético novo durante o curso de uma otimização. Sem esse operador, o algoritmo poderia encontrar apenas soluções ótimas

locais, sem buscar por soluções ótimas globais. O operador de mutação seleciona aleatoriamente um gene (uma variável de decisão, por exemplo) de um cromossomo e o altera para um valor também aleatório, mas que esteja dentro dos limites do gene. Esse processo ocorre dentro de uma certa probabilidade, que é especificada pelo usuário. Os dois *mutators* disponíveis no *SolveXL* são o *Simple* e o *Simple by Gene*, diferindo-se entre si pela quantidade de genes que podem ser modificados durante o processo de mutação.

O passo seguinte para a configuração do suplemento é especificar as células da planilha que correspondem ao cromossomo, ou seja, ao conjunto de genes (variáveis de decisão) que o algoritmo utiliza para encontrar soluções ótimas. As células do Excel que se referem aos genes devem ocupar um intervalo contínuo entre elas, conforme ilustra a Figura 41.

Figura 41 - Configuração do cromossomo e continuidade no intervalo de genes

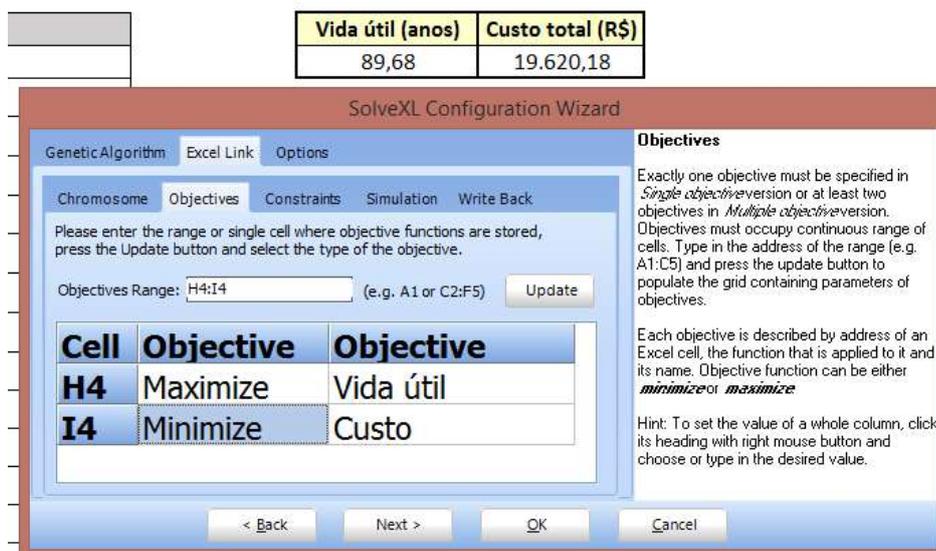
Cell	Gene Type	Lower	Upper
E7	Integer	4	50
E8	Integer	5	50
E9	Integer	65	110
E10	Integer	7	50
E11	Real	2,50	4,50

Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

Os genes também devem ser definidos com relação ao tipo, se são atrelados aos números reais ou aos inteiros, de acordo com os dados de entrada e as soluções desejadas, e quanto aos limites inferiores e superiores que constituem a faixa de valores admitida. Estes limites podem servir para ampliar ou reduzir o campo de busca por soluções.

Na sequência devem ser especificados os objetivos, que, assim como os genes, devem ocupar um intervalo contínuo de células, e podem corresponder à função maximizar ou à função minimizar, conforme pode ser visto na Figura 42.

Figura 42 - Determinação das funções objetivo



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

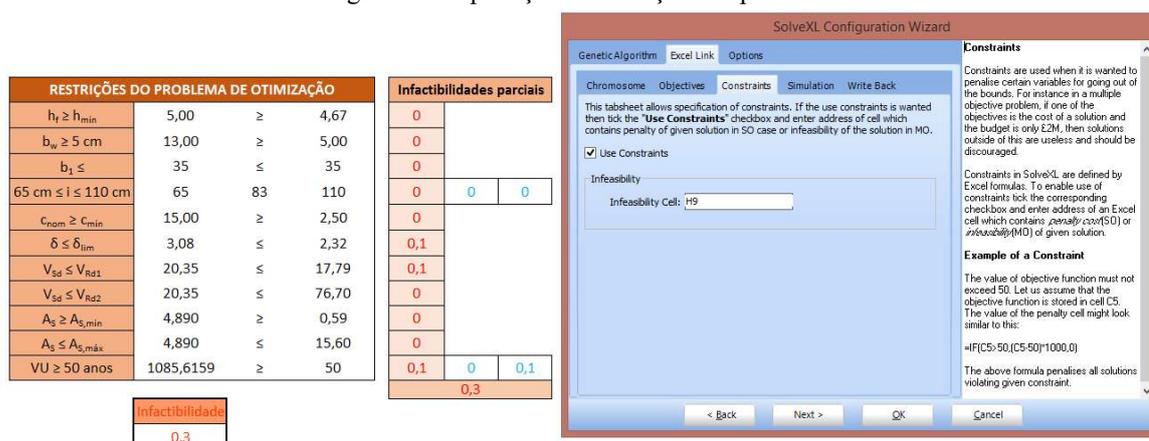
A etapa seguinte diz respeito às restrições, que funcionam no *SolveXL* como um sistema de penalização para as variáveis que assumirem valores não contidos em suas respectivas faixas de valores admitidos (ou alcance). Essas restrições são definidas por fórmulas do Excel semelhantes a que é mostrada abaixo:

$$=SE(C5>50;(C5-50)*1000;0) \quad (59)$$

No exemplo acima, todas as soluções que violarem a restrição estabelecida serão punidas com um fator de multiplicação. Pode-se então definir uma célula específica que fará o somatório de todas as punições aplicáveis, isto é, uma célula que mede a infactibilidade²⁵ das soluções e que deverá ser avaliada durante a rotina de otimização. A Figura 43 exemplifica a aplicação de restrições no *SolveXL*.

²⁵ Grau de não conformidade com aquilo que foi estabelecido como factível.

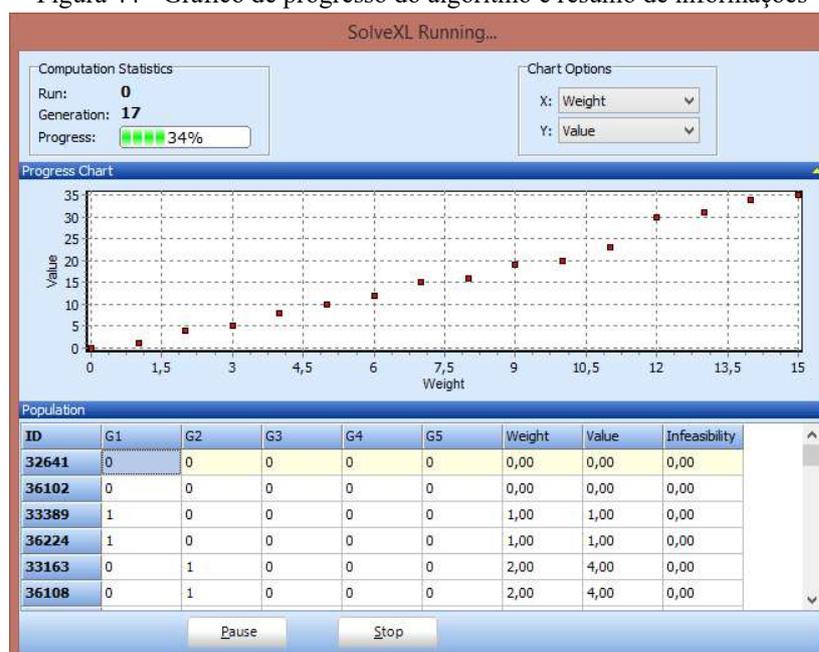
Figura 43 - Aplicação de restrições ao problema



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

Para dar início à execução do algoritmo genético, uma vez configurados os parâmetros necessários, clica-se no botão *Run*. O suplemento então oferece a opção de escolher em que planilha serão armazenados os resultados obtidos e se esses resultados devem se sobrepor aos pré-existentes. Durante o processo de otimização, o progresso do algoritmo pode ser acompanhado através de um gráfico que plota as soluções já encontradas em intervalos medidos em gerações (Figura 44). A frequência de atualização do progresso pode ser modificada pelo usuário na aba *Miscellaneous*, dentro das opções de configuração do *SolveXL*.

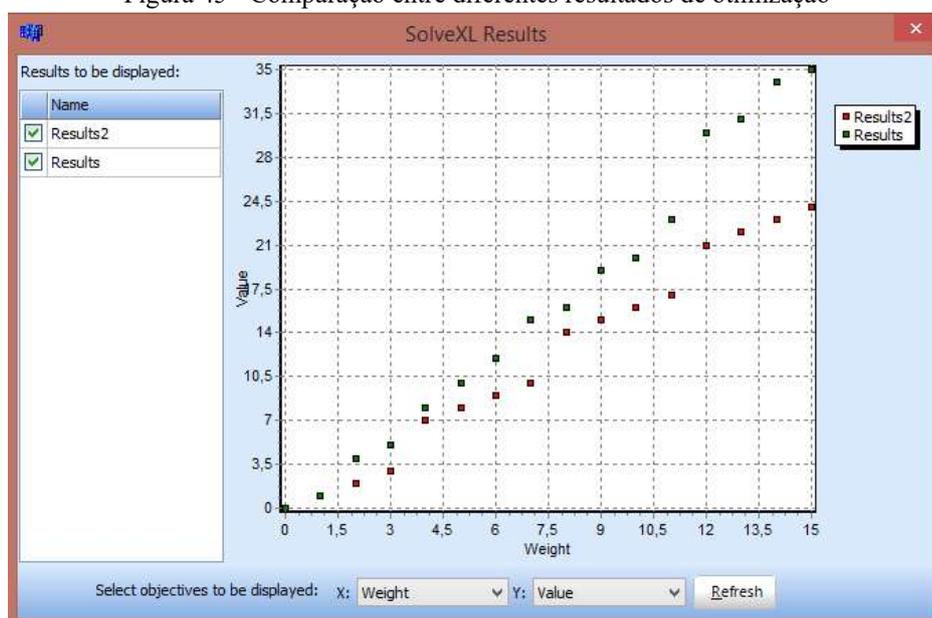
Figura 44 - Gráfico de progresso do algoritmo e resumo de informações



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

Ao final da rotina de otimização, o suplemento salva as soluções na planilha especificada no início do processo, juntamente com algumas outras informações envolvidas na otimização. O botão *Results* dá acesso ao gráfico com todos os resultados encontrados e permite comparar os gráficos de soluções armazenadas separadamente (Figura 45).

Figura 45 - Comparação entre diferentes resultados de otimização



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

4 APLICAÇÕES NUMÉRICAS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

No intuito de testar a metodologia proposta, realizaram-se algumas simulações numéricas com o auxílio do Excel e mediante a aplicação da ferramenta matemática *SolveXL*.

As lajes nervuradas em estudo, como já mencionado, foram consideradas moldadas *in loco*, armadas em apenas uma direção e simplesmente apoiadas. Cada caso de análise numérica considerou um vão específico (ℓ), variando-se as classes de resistência dos concretos pertencentes ao grupo I, iniciando-se pelo concreto C25 até chegar ao C50.

O vão inicial adotado para o primeiro caso foi de 5,0 m, com os vãos subsequentes recebendo incrementos de 1,0 m, até o vão de 8,0 m, resultando em quatro casos de análise com seis variações de f_{ck} cada.

Como dados de entrada da planilha, têm-se as variáveis de projeto que foram manipuladas pelo algoritmo genético na busca por soluções factíveis, o vão (ℓ) a ser vencido pelas nervuras e a classe de resistência do concreto.

Obtiveram-se como resultados da otimização as dimensões da seção de uma nervura para o vão estipulado, os custos com materiais, o custo total por nervura, o custo total da laje, a área de aço, a bitola das barras da armadura e a vida útil da estrutura.

Para o cálculo da vida útil (VU), admitiu-se que o diâmetro das barras longitudinais não poderia ser inferior a 10 mm, em conformidade com o item 18.4.2.1 da NBR 6118:2014.

As dimensões iniciais da seção transversal no início de cada rotina de otimização foram fixadas em seus valores mínimos, sem levar em consideração as demais restrições da análise estrutural, conforme Tabela 19.

Tabela 19 - Relação das dimensões iniciais das variáveis de projeto para cada rotina de otimização

Dimensões iniciais das variáveis de projeto	
Espessura da mesa (h_f)	4 cm
Espessura da nervura (b_w)	5 cm
Altura da nervura (h_e)	5 cm
Intereixo (i)	65 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,5 cm

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

As atribuições iniciais dos genes (variáveis independentes) quanto ao tipo e aos limites do espaço de busca são mostradas na Tabela 20, a seguir.

Tabela 20 - Relação das atribuições iniciais dos genes para cada rotina de otimização

Gene	Tipo de gene	Limite inferior	Limite superior
h_f	Número inteiro	4	50
b_w	Número inteiro	5	50
h_e	Número inteiro	5	50
i	Número inteiro	65	110
c_{nom}	Número real	2,5	4,5

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Por sua vez, os parâmetros iniciais atribuídos ao algoritmo NSGA-II foram os que vêm especificados no *SolveXL* por padrão, conforme a Tabela 21 disposta abaixo.

Tabela 21 - Relação dos parâmetros iniciais do algoritmo genético NSGA-II para cada rotina de otimização

Parâmetros iniciais do algoritmo genético	
Tamanho da população	50
Operador de <i>crossover</i> (taxa de ocorrência)	<i>Simple One Point</i> (95%)
Operador de mutação (taxa de ocorrência)	<i>Simple by Gene</i> (5%)

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Optou-se por manter a taxa de mutação em 5%, embora a recomendação geral encontrada na literatura seja no sentido de se adotar valores entre 0,5 e 1,0%, por oferecerem resultados mais interessantes (LINDEN, 2008, p. 130). Segundo Deb, o essencial é perceber que “a taxa de mutação ótima é dependente da representação sendo utilizada” (1998, apud LINDEN, 2008, p. 130).

Observam-se na Tabela 22 as informações que se mantiveram constantes na determinação da vida útil da estrutura, seguindo o método da norma espanhola EHE-08, como já citado.

Tabela 22 - Relação dos dados iniciais referentes à determinação da vida útil da estrutura

CAA	Ambiente	Ar incorporado	Aglomerante
II	Protegido da chuva	Normal (não marinho)	CP II-Z
	$c_{env} = 1,0$	Umidade alta $v_{corr} = 3 \mu\text{m/ano}$	$a = 360$ $b = -1,2$

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

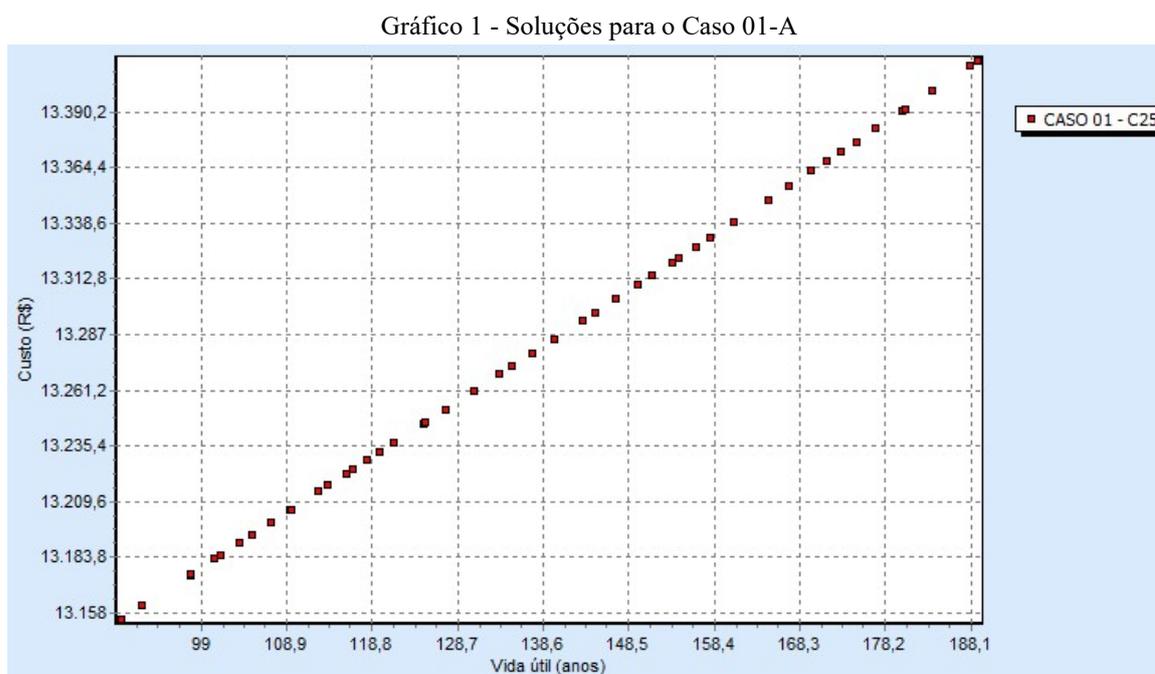
Todas as rotinas de otimização do presente estudo foram realizadas em um computador com Sistema Operacional Windows 8.1 Pro de 64 bits, unidade de processamento Intel Core i7-4810MQ (2.80 GHz), processador gráfico NVIDIA GeForce GTX 860M de 2 GB (GDDR5) e memória RAM de 8 GB (DDR3).

4.1 CASO DE ESTUDO 01: VÃO DE 5,0 M

Na primeira situação-problema, o vão (ℓ) foi especificado em 5,0 m. Esta escolha de vão inicial se justifica por ser a distância entre apoios onde as lajes nervuradas começam a se tornar economicamente mais vantajosas em comparação às lajes maciças (MARCOLIN; KRIPKA, 2013). O lado maior da laje (ℓ_y) neste caso resultou em 10,25 m. Os demais dados iniciais para a rotina de otimização foram descritos no item anterior do presente trabalho. O tempo médio de execução do NSGA-II no Caso 01 foi de 4,72 segundos.

4.1.1 Caso 01-A: Concreto C25

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, e manteve certa continuidade nas soluções encontradas, como bem mostra o Gráfico 1.



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 01-A teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 13.155,13 e vida útil igual a 89,72 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 13.413,76 e vida útil de 188,91 anos.

Constatou-se que, para o vão de 5,0 m, usando-se o concreto C25, o aumento de 1,97% no custo total da laje resultou em um aumento de 110,54% na vida útil.

A Tabela 23 expõe o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 01-A.

Tabela 23 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-A

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C25	
Comprimento da laje (ℓ)	500 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	5 cm	5 cm
Espessura da nervura (b_w)	14 cm	14 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	75 cm	75 cm
Altura total da laje (h)	19 cm	19 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,5408 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	89 cm	89 cm
Altura da nervura (h_e)	14 cm	14 cm
Intereixo (i)	89 cm	89 cm
Linha neutra (LN)	1,26 cm	1,43 cm
Área de aço (A_s)	3,19 cm ²	3,67 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,59 cm ² /m	4,12 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,47 cm	0,47 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	1,9 cm	1,9 cm
Custo por nervura	R\$ 1.142,25	R\$ 1.164,71
Custo por laje	R\$ 13.155,13	R\$ 13.413,76
Vida útil	89,72 anos	188,91 anos

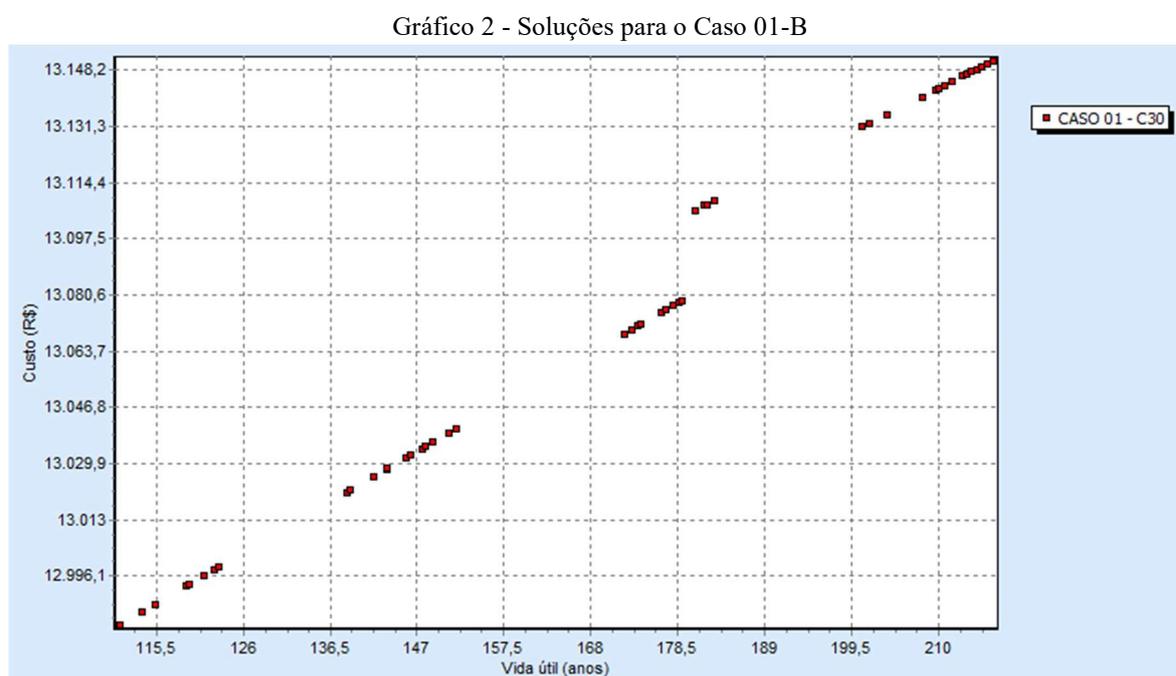
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

No que tange às dimensões, a única diferença entre as soluções se dá no c_{nom} . A solução factível de menor custo utilizou um valor ligeiramente superior ao mínimo estabelecido, enquanto a de maior custo tirou vantagem do cobrimento máximo.

Neste cenário, houve diferença de quase 15% no consumo de aço entre as soluções apresentadas.

4.1.2 Caso 01-B: Concreto C30

Para esta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com diversas descontinuidades nas soluções encontradas (Gráfico 2). As descontinuidades se deram devido a pequenos aumentos no c_{nom} (na ordem de 3 mm), que levaram a ampliações de cerca de 18 anos na VU ; adicionalmente, o acréscimo de 1 cm na h_e , acarretou salto no custo da solução.



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

A solução mais econômica para o Caso 01-B foi uma laje nervurada com custo total de R\$ 12.981,35 e vida útil igual a 111,07 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 13.151,02 e vida útil de 216,65 anos.

Verificou-se que, para o vão de 5,0 m e utilizando o concreto C30, o aumento de 1,31% no custo total da laje implicou um aumento de 95,06% na vida útil.

A Tabela 24 contém o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 01-B.

Tabela 24 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-B

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C30	
Comprimento da laje (ℓ)	500 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	7 cm	7 cm
Espessura da nervura (b_w)	14 cm	14 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	96 cm	96 cm
Altura total da laje (h)	21 cm	22 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,7808 cm	4,4998 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	14 cm	15 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,01 cm	1,06 cm
Área de aço (A_s)	3,78 cm ²	3,97 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,43 cm ² /m	3,61 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,79 cm	0,84 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	1,90 cm	1,83 cm
Custo por nervura	R\$ 1.393,12	R\$ 1.411,33
Custo por laje	R\$ 12.981,35	R\$ 13.151,02
Vida útil	111,07 anos	216,65 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

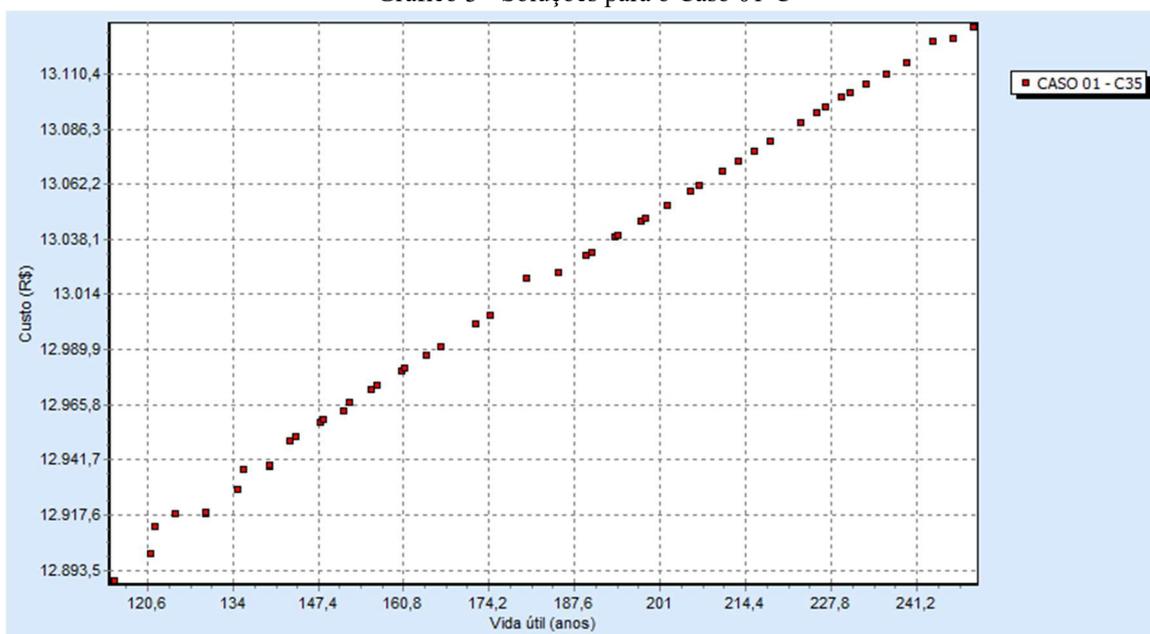
As seções transversais das soluções ótimas neste cenário diferem no c_{nom} , em que a mais econômica ficou próxima do valor mínimo e a menos econômica fez uso de um valor que pode ser considerado o máximo. Além disso, houve um aumento de 1 cm em h na seção de maior custo, melhorando em quase 13% seu desempenho no que se refere ao momento de inércia à flexão.

Observou-se que a quantidade de aço necessária para suportar os esforços de tração variou cerca de 5% entre as soluções ótimas dispostas acima.

4.1.3 Caso 01-C: Concreto C35

Para esta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com poucas descontinuidades nas soluções encontradas (Gráfico 3).

Gráfico 3 - Soluções para o Caso 01-C



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 01-C apresentou como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 12.888,92 e vida útil igual a 115,44 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 13.130,90 e vida útil de 250,06 anos.

Observou-se que, para o vão de 5,0 m e o concreto C35, o aumento de 1,88% no custo total da laje resultou em um aumento de 116,62% na vida útil.

Mostra-se, na Tabela 25, o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica encontradas para o Caso 01-C.

Tabela 25 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-C

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C35	
Comprimento da laje (ℓ)	500 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	6 cm	6 cm
Espessura da nervura (b_w)	20 cm	20 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	90 cm	90 cm
Altura total da laje (h)	17 cm	19 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,6445 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	11 cm	13 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,06 cm	1,07 cm
Área de aço (A_s)	4,69 cm ²	4,72 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,26 cm ² /m	4,29 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,45 cm	0,34 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	1,93 cm	1,48 cm
Custo por nervura	R\$ 1.383,20	R\$ 1.409,17
Custo por laje	R\$ 12.888,92	R\$ 13.130,90
Vida útil	115,44 anos	250,06 anos

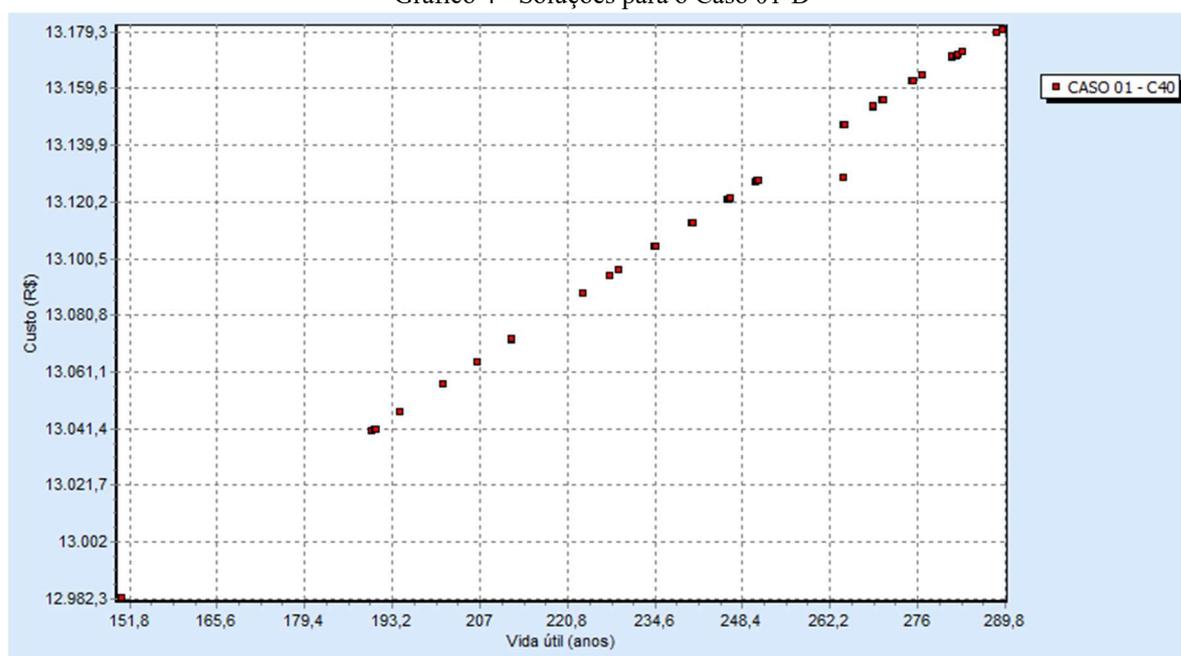
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

O comparativo entre as seções mostra que os cobrimentos se aproximaram dos extremos e as alturas totais das nervuras diferiram em 2 cm, o que confere à solução menos econômica maior estabilidade geométrica para vencer o vão em questão.

4.1.4 Caso 01-D: Concreto C40

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com algumas descontinuidades acentuadas nas soluções encontradas (Gráfico 4). O motivo do surgimento de tais descontinuidades foram pequenos incrementos na espessura de cobrimento e na altura total das lajes obtidas, levando a aumentos significativos na VU e no custo relativo.

Gráfico 4 - Soluções para o Caso 01-D



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 01-D teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 12.982,63 e vida útil igual a 150,48 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 13.180,19 e vida útil de 289,33 anos.

Constatou-se que, para o vão de 5,0 m e o concreto C40, o aumento de 1,52% no custo total da laje resultou em um aumento de 92,28% na vida útil.

A Tabela 26 mostra o comparativo entre as características da seção mais econômica e da menos econômica para o Caso 01-D.

Tabela 26 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-D

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C40	
Comprimento da laje (ℓ)	500 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	6 cm	6 cm
Espessura da nervura (b_w)	20 cm	20 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	90 cm	90 cm
Altura total da laje (h)	18 cm	19 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,9372 cm	4,4998 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	12 cm	13 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	0,89 cm	0,94 cm
Área de aço (A_s)	4,47 cm ²	4,7 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,07 cm ² /m	4,27 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,37 cm	0,32 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	1,57 cm	1,38 cm
Custo por nervura	R\$ 1.393,26	R\$ 1.414,46
Custo por laje	R\$ 12.982,63	R\$ 13.180,19
Vida útil	150,48 anos	289,33 anos

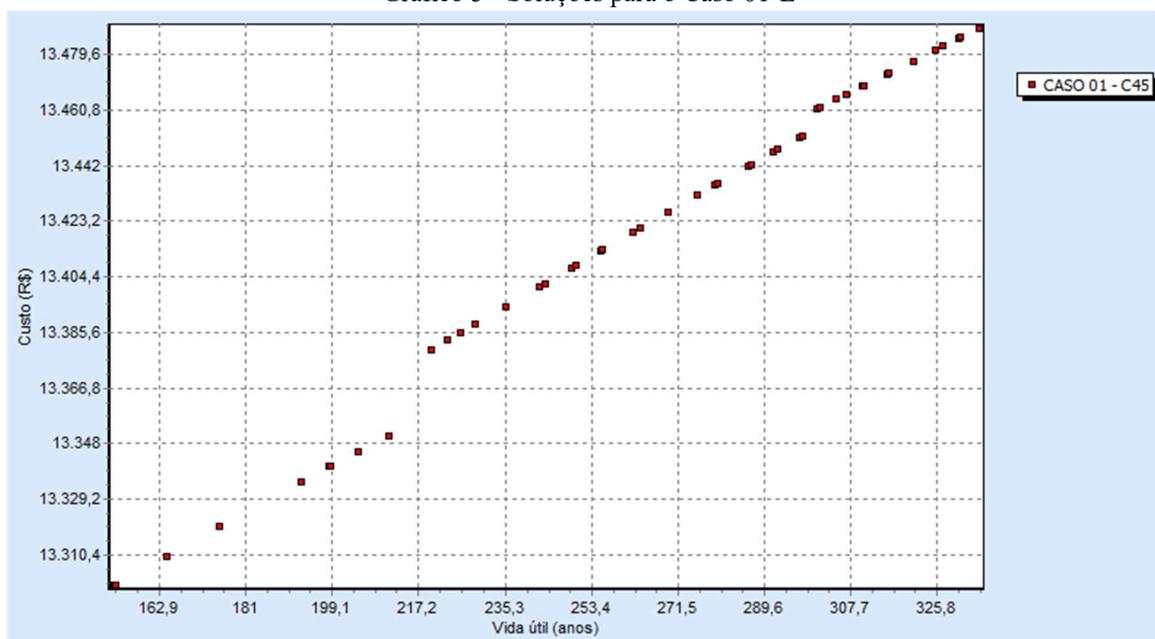
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

As dimensões das seções, neste cenário, diferenciam-se no c_{nom} e na h . Há também um consumo de aço em torno de 5% maior na alternativa menos econômica.

4.1.5 Caso 01-E: Concreto C45

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com algumas discontinuidades (causadas por variações no cobrimento e na espessura da nervura) nas soluções encontradas (Gráfico 5).

Gráfico 5 - Soluções para o Caso 01-E



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 01-E teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 13.300,17 e vida útil igual a 153,39 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 13.488,46 e vida útil de 334,59 anos.

Verificou-se que, para o vão de 5,0 m e o concreto C45, o aumento de 1,42% no custo total da laje resultou em um aumento de 118,13% na vida útil.

A Tabela 27 compara as características da seção mais econômica com as da seção menos econômica para o Caso 01-E.

Tabela 27 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-E

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C45	
Comprimento da laje (ℓ)	500 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	8 cm	8 cm
Espessura da nervura (b_w)	10 cm	11 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	100 cm	99 cm
Altura total da laje (h)	21 cm	21 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,748 cm	4,498 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	13 cm	13 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	0,68 cm	0,76 cm
Área de aço (A_s)	3,8 cm ²	4,25 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,46 cm ² /m	3,86 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,41 cm	0,39 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	1,52 cm	1,44 cm
Custo por nervura	R\$ 1.427,34	R\$ 1.447,54
Custo por laje	R\$ 13.300,17	R\$ 13.488,46
Vida útil	153,39 anos	334,59 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

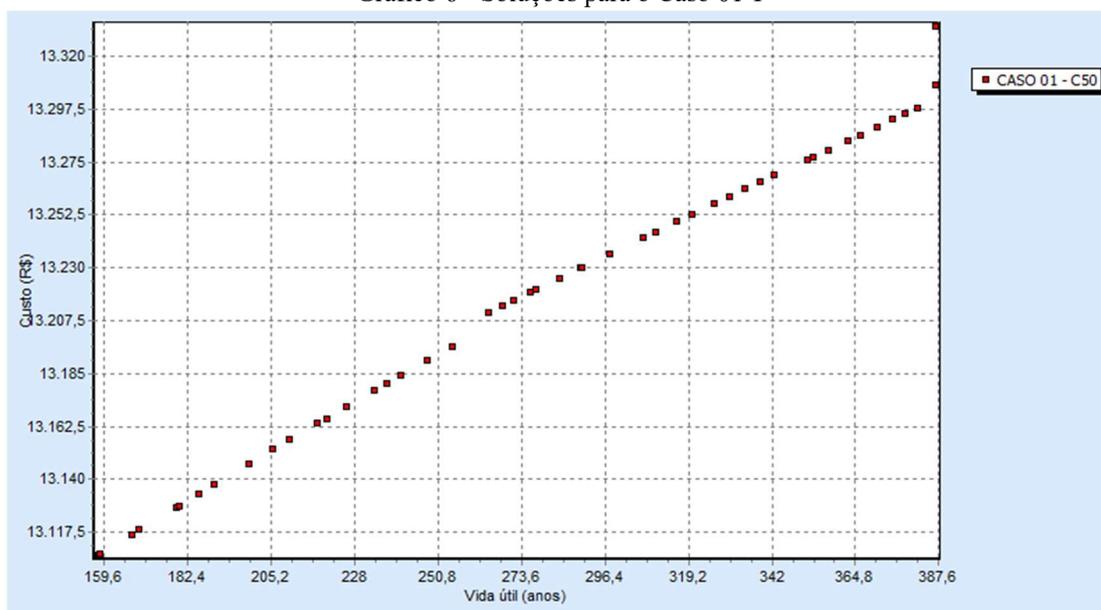
Nesta situação, constatou-se variação na distância entre nervuras, na espessura das nervuras e no cobrimento nominal das seções otimizadas.

A armadura da solução menos econômica demanda quase 12% mais aço do que a alternativa de menor custo.

4.1.6 Caso 01-F: Concreto C50

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, quase sem descontinuidades nas soluções encontradas, com pode ser visto no Gráfico 6.

Gráfico 6 - Soluções para o Caso 01-F



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 01-F teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 13.107,77 e vida útil igual a 157,95 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 13.332,78 e vida útil de 386,71 anos.

Analisou-se que, fixando-se o vão em 5,0 m e utilizando o concreto C50, o aumento de 1,72% no custo total da laje resultou em um aumento de 144,83% na vida útil.

Dispõem-se, na Tabela 28, as características comparadas da laje mais econômica encontrada e da laje menos econômica para o Caso 01-F.

Tabela 28 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 01-F

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C50	
Comprimento da laje (ℓ)	500 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	7 cm	7 cm
Espessura da nervura (b_w)	10 cm	10 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	100 cm	99 cm
Altura total da laje (h)	19 cm	20 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,5956 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	109 cm
Altura da nervura (h_e)	12 cm	13 cm
Intereixo (i)	110 cm	109 cm
Linha neutra (LN)	0,65 cm	0,69 cm
Área de aço (A_s)	4,05 cm ²	4,28 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,68 cm ² /m	3,93 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,41 cm	0,35 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	1,73 cm	1,51 cm
Custo por nervura	R\$ 1.406,69	R\$ 1.417,83
Custo por laje	R\$ 13.107,77	R\$ 13.332,78
Vida útil	157,95 anos	386,71 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

A seções, nesta situação, mostraram-se diferentes no c_{nom} , que mais uma vez assumiu os valores extremos do intervalo admitido, na h , que variou em apenas 1 cm, no intereixo, também em 1 cm, assim como na largura colaborante total.

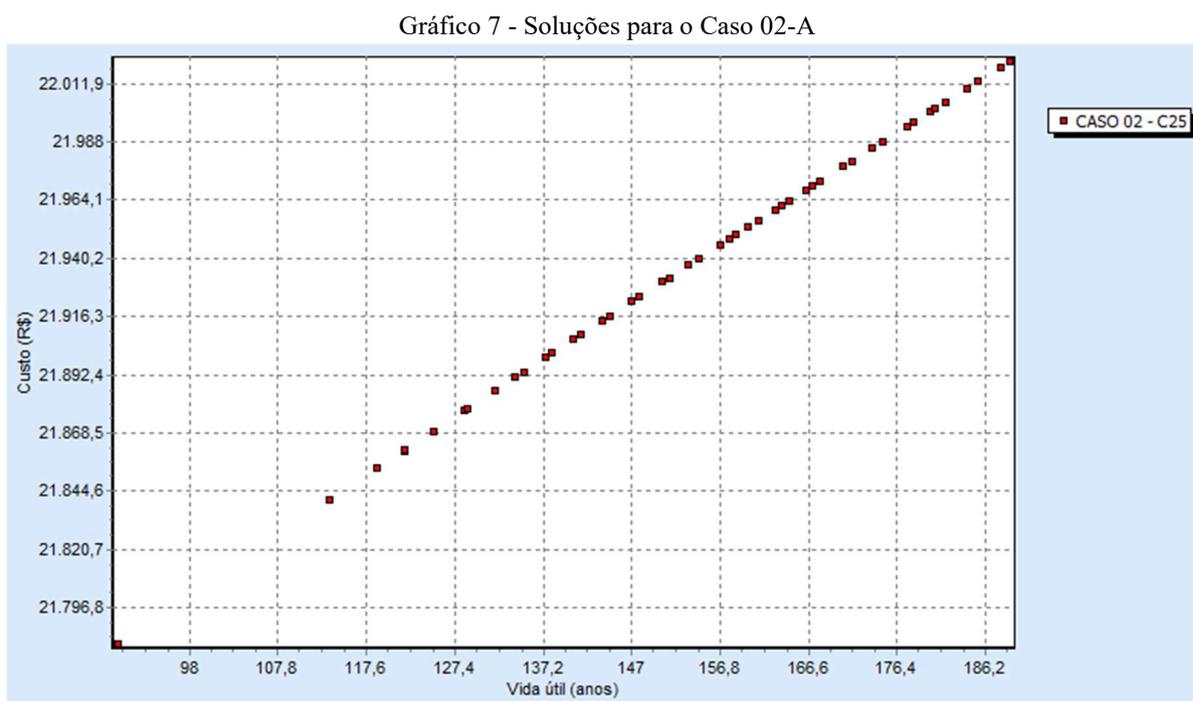
O consumo de aço apresentou um aumento de 6,70% entre as soluções.

4.2 CASO DE ESTUDO 02: VÃO DE 6,0 M

Na segunda situação-problema, o vão (ℓ) foi fixado em 6,0 m. O lado maior da laje (ℓ_y) neste caso resultou em 12,30 m. Os demais dados iniciais para a rotina de otimização foram descritos no item anterior. O tempo médio de execução do algoritmo genético no Caso 02 foi de 4,36 segundos.

4.2.1 Caso 02-A: Concreto C25

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com certa continuidade nas soluções iniciais obtidas (Gráfico 7). A descontinuidade mais perceptível foi causada por um aumento de 20% no c_{nom} , o que ocasionou um acréscimo de 26% na VU da solução específica encontrada.



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 02-A teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 21.781,95 e vida útil igual a 90,08 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 22.021,04 e vida útil de 188,91 anos.

Constatou-se que, para o vão de 6,0 m e o concreto C25, o aumento de 1,10% no custo total da laje resultou em um aumento de 109,71% na vida útil.

A Tabela 29 mostra o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 02-A.

Tabela 29 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-A

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C25	
Comprimento da laje (ℓ)	600 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	4 cm	4 cm
Espessura da nervura (b_w)	11 cm	11 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	60 cm	60 cm
Altura total da laje (h)	29 cm	29 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,5489 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	71 cm	71 cm
Altura da nervura (h_e)	25 cm	25 cm
Intereixo (i)	71 cm	71 cm
Linha neutra (LN)	1,16 cm	1,25 cm
Área de aço (A_s)	2,32 cm ²	2,51 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,26 cm ² /m	3,54 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	1,15 cm	1,22 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,32 cm	2,39 cm
Custo por nervura	R\$ 1.257,33	R\$ 1.271,13
Custo por laje	R\$ 21.781,95	R\$ 22.021,04
Vida útil	90,08 anos	188,91 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

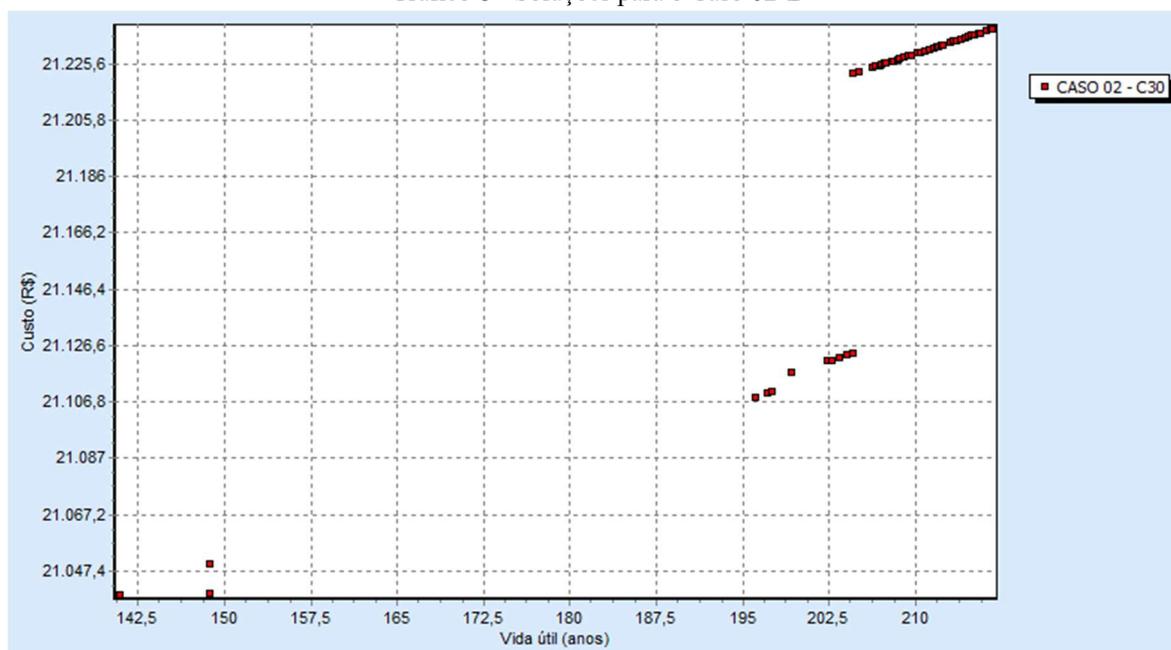
A única mudança significativa entre as seções comparadas ficou por conta do aproveitamento da espessura de cobrimento da armadura, sendo praticamente o mínimo, no caso da seção mais econômica, e o máximo, no caso da menos econômica.

Constata-se que a opção de maior custo apresenta consumo de aço 8,40% maior.

4.2.2 Caso 02-B: Concreto C30

Para esta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com consideráveis descontinuidades nas soluções encontradas e mudanças bruscas nos custos do intervalo considerado (Gráfico 8). Modificações no cobrimento nominal, na altura da laje e na distância entre eixos resultaram nessas inconsistências onde o custo variou timidamente, mas o valor da VU sofreu consideráveis crescimentos para o intervalo analisado.

Gráfico 8 - Soluções para o Caso 02-B



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 02-B teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 21.039,09 e vida útil igual a 140,87 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 21.237,76 e vida útil de 216,67 anos.

Observou-se que, para o vão de 6,0 m e o concreto C30, o aumento de 0,94% no custo total da laje resultou em um aumento de 53,81% na vida útil.

Na Tabela 30 é possível observar o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 02-B.

Tabela 30 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-B

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C30	
Comprimento da laje (ℓ)	600 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	5 cm	5 cm
Espessura da nervura (b_w)	10 cm	10 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	74 cm	73 cm
Altura total da laje (h)	32 cm	32 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,3152 cm	4,5 cm
Largura colaborante total (b_f)	84 cm	83 cm
Altura da nervura (h_e)	27 cm	27 cm
Intereixo (i)	84 cm	83 cm
Linha neutra (LN)	0,90 cm	0,94 cm
Área de aço (A_s)	2,55 cm ²	2,64 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,04 cm ² /m	3,18 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	1,23 cm	1,27 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,35 cm	2,37 cm
Custo por nervura	R\$ 1.436,82	R\$ 1.433,12
Custo por laje	R\$ 21.039,09	R\$ 21.237,76
Vida útil	140,87 anos	216,67 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

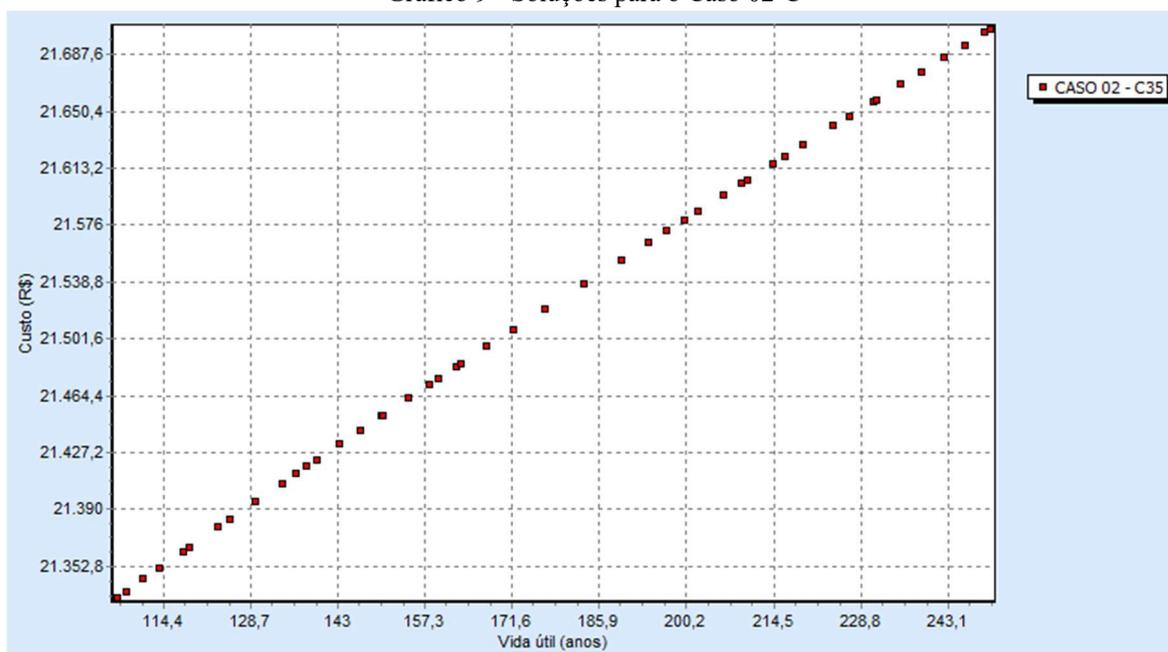
As seções apresentadas têm diferença discreta em suas dimensões, variando o c_{nom} , o intereixo, a largura total colaborante e a distância entre faces de nervura.

A solução mais econômica necessita de 4,65% menos aço em sua armadura.

4.2.3 Caso 02-C: Concreto C35

Para esta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com continuidade nas soluções encontradas ao longo do intervalo considerado, como pode ser visto no Gráfico 9.

Gráfico 9 - Soluções para o Caso 02-C



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 02-C teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 21.332,30 e vida útil igual a 106,84 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 21.704,31 e vida útil de 250,04 anos.

Observou-se que, para o vão de 6,0 m e o concreto C35, o aumento de 1,74% no custo total da laje resultou em um aumento de 134,04% na vida útil.

A Tabela 31 exhibe como variaram as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 02-C.

Tabela 31 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-C

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C35	
Comprimento da laje (ℓ)	600 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	4 cm	4 cm
Espessura da nervura (b_w)	7 cm	7 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	60 cm	60 cm
Altura total da laje (h)	24 cm	24 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,5005 cm	4,4998 cm
Largura colaborante total (b_f)	67 cm	67 cm
Altura da nervura (h_e)	20 cm	20 cm
Intereixo (i)	67 cm	67 cm
Linha neutra (LN)	0,94 cm	1,04 cm
Área de aço (A_s)	2,48 cm ²	2,75 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,7 cm ² /m	4,1 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,61 cm	0,61 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,31 cm	2,31 cm
Custo por nervura	R\$ 1.162,00	R\$ 1.182,27
Custo por laje	R\$ 21.332,30	R\$ 21.704,31
Vida útil	106,84 anos	250,04 anos

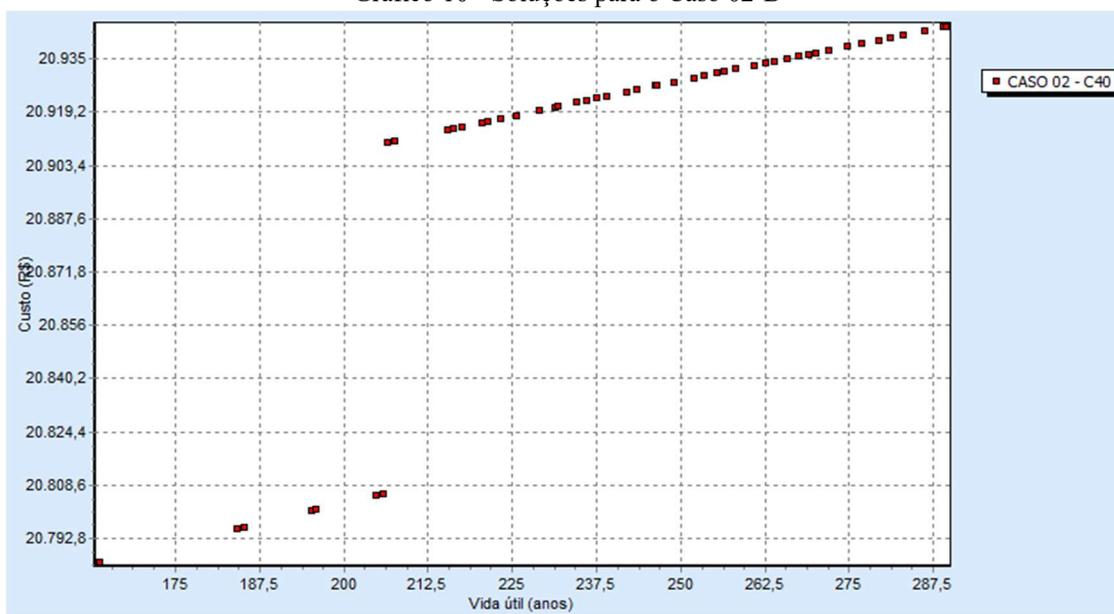
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

A diferença entre as seções apresentadas se restringe ao c_{nom} , que variou cerca de 2 cm. Percebe-se também uma diferença de 10,86% no consumo de aço da seção de maior custo.

4.2.4 Caso 02-D: Concreto C40

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com acentuada descontinuidade nas soluções obtidas, conforme o Gráfico 10. O aumento abrupto no custo entre as soluções foi causado por um acréscimo de apenas 1 cm na altura total da seção.

Gráfico 10 - Soluções para o Caso 02-D



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

No Caso 02-D, a solução mais econômica resultou em uma laje nervurada com custo total de R\$ 20.785,78 e vida útil igual a 163,76 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 20.944,58 e vida útil de 289,36 anos.

Verificou-se que, para o vão de 6,0 m e o concreto C40, o aumento de 0,76% no custo total da laje resultou em um aumento de 76,69% na vida útil.

A Tabela 32 expõe a comparação entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 02-D.

Tabela 32 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-D

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C40	
Comprimento da laje (ℓ)	600 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	7 cm	7 cm
Espessura da nervura (b_w)	10 cm	10 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	100 cm	100 cm
Altura total da laje (h)	40 cm	41 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,1092 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	33 cm	34 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	0,56 cm	0,57 cm
Área de aço (A_s)	2,78 cm ²	2,82 cm ²
Área de aço (A_s/m)	2,52 cm ² /m	2,56 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,86 cm	0,87 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,37 cm	2,4 cm
Custo por nervura	R\$ 1.858,89	R\$ 1.873,09
Custo por laje	R\$ 20.785,78	R\$ 20.944,58
Vida útil	163,76 anos	289,36 anos

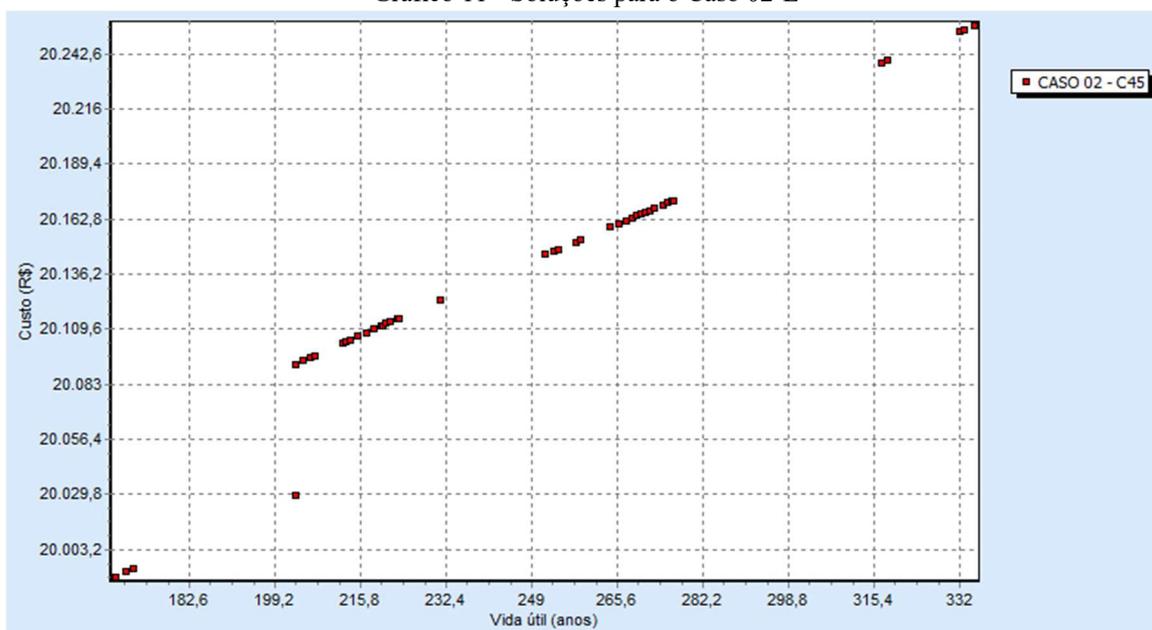
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

A diferença observada entre as soluções ótimas comparadas acima ficou por conta da altura total, 1 cm maior na laje menos econômica, e do cobrimento nominal, 1,40 cm menor na laje mais econômica.

4.2.5 Caso 02-E: Concreto C45

Nesta configuração, a otimização apresentou variação geral linear entre as funções objetivo, com diversas descontinuidades nas soluções, principalmente por causa dos acréscimos de espessura no cobrimento nominal (Gráfico 11).

Gráfico 11 - Soluções para o Caso 02-E



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

A otimização do Caso 02-E obteve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 19.989,78 e vida útil igual a 168,45 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 20.256,15 e vida útil de 334,78 anos.

Constatou-se que, para o vão de 6,0 m e o concreto C45, o aumento de 1,33% no custo total da laje resultou em um aumento de 98,74% na vida útil.

A Tabela 33 contém o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 02-E.

Tabela 33 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-E

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C45	
Comprimento da laje (ℓ)	600 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	6 cm	6 cm
Espessura da nervura (b_w)	13 cm	14 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	90 cm	89 cm
Altura total da laje (h)	26 cm	26 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,9215 cm	4,4996 cm
Largura colaborante total (b_f)	103 cm	103 cm
Altura da nervura (h_e)	20 cm	20 cm
Intereixo (i)	103 cm	103 cm
Linha neutra (LN)	0,75 cm	0,82 cm
Área de aço (A_s)	3,94 cm ²	4,27 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,82 cm ² /m	4,15 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	1,25 cm	1,28 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,38 cm	2,39 cm
Custo por nervura	R\$ 1.673,94	R\$ 1.696,25
Custo por laje	R\$ 19.989,78	R\$ 20.256,15
Vida útil	168,45 anos	334,78 anos

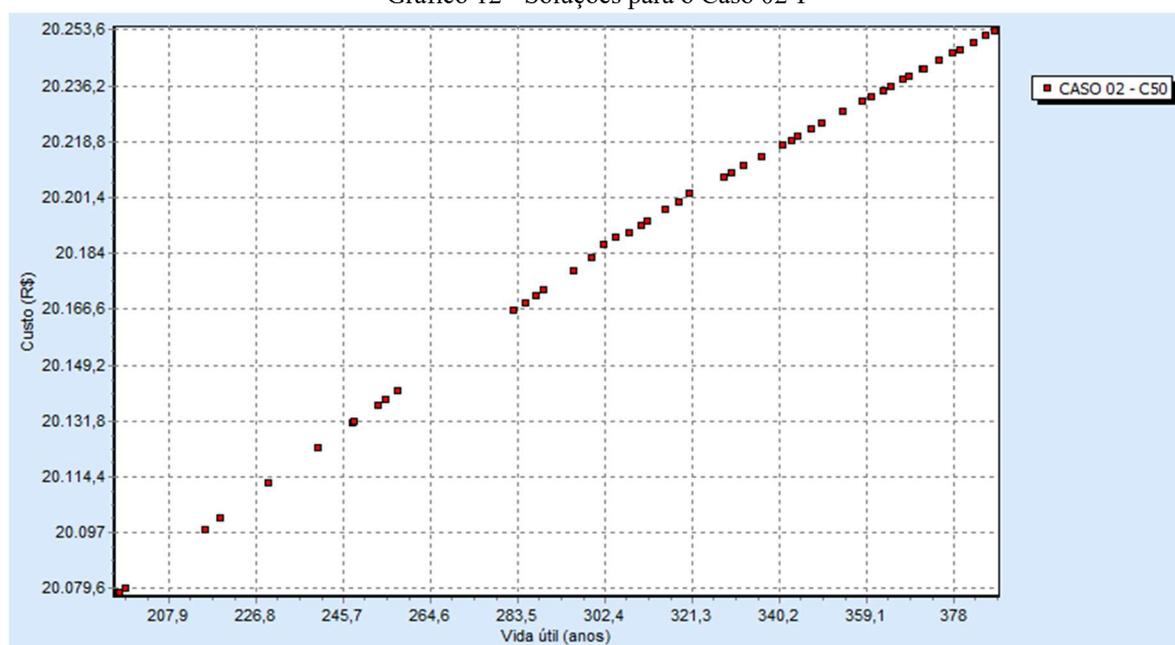
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Ficou restrita ao c_{nom} e à espessura da nervura a diferença entre as seções nesse cenário. O consumo de aço apresentou variação de 8,57% entre as soluções analisadas.

4.2.6 Caso 02-F: Concreto C50

Nesta configuração, a otimização mostrou variação linear entre as funções objetivo, com poucas descontinuidades nas soluções encontradas (Gráfico 12).

Gráfico 12 - Soluções para o Caso 02-F



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 02-F teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 20.078,38 e vida útil igual a 197,16 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 20.253,37 e vida útil de 386,71 anos.

Observou-se que, para o vão de 6,0 m e o concreto C50, o aumento de 0,87% no custo total da laje resultou em um aumento de 96,15% na vida útil.

A Tabela 34 exhibe o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 02-F.

Tabela 34 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 02-F

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C50	
Comprimento da laje (ℓ)	600 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	6 cm	6 cm
Espessura da nervura (b_w)	11 cm	8 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	90 cm	90 cm
Altura total da laje (h)	25 cm	27 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,9869 cm	4,5 cm
Largura colaborante total (b_f)	101 cm	98 cm
Altura da nervura (h_e)	19 cm	21 cm
Intereixo (i)	101 cm	98 cm
Linha neutra (LN)	0,7 cm	0,67 cm
Área de aço (A_s)	3,97 cm ²	3,71 cm ²
Área de aço (A_s/m)	3,93 cm ² /m	3,79 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	1,08 cm	1,19 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,33 cm	2,37 cm
Custo por nervura	R\$ 1.648,71	R\$ 1.613,68
Custo por laje	R\$ 20.078,38	R\$ 20.253,37
Vida útil	197,16 anos	386,71 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Neste cenário as lajes exibiram algumas diferenças dimensionais na espessura das nervuras, na altura total da seção, na distância entre eixos, além do cobrimento nominal.

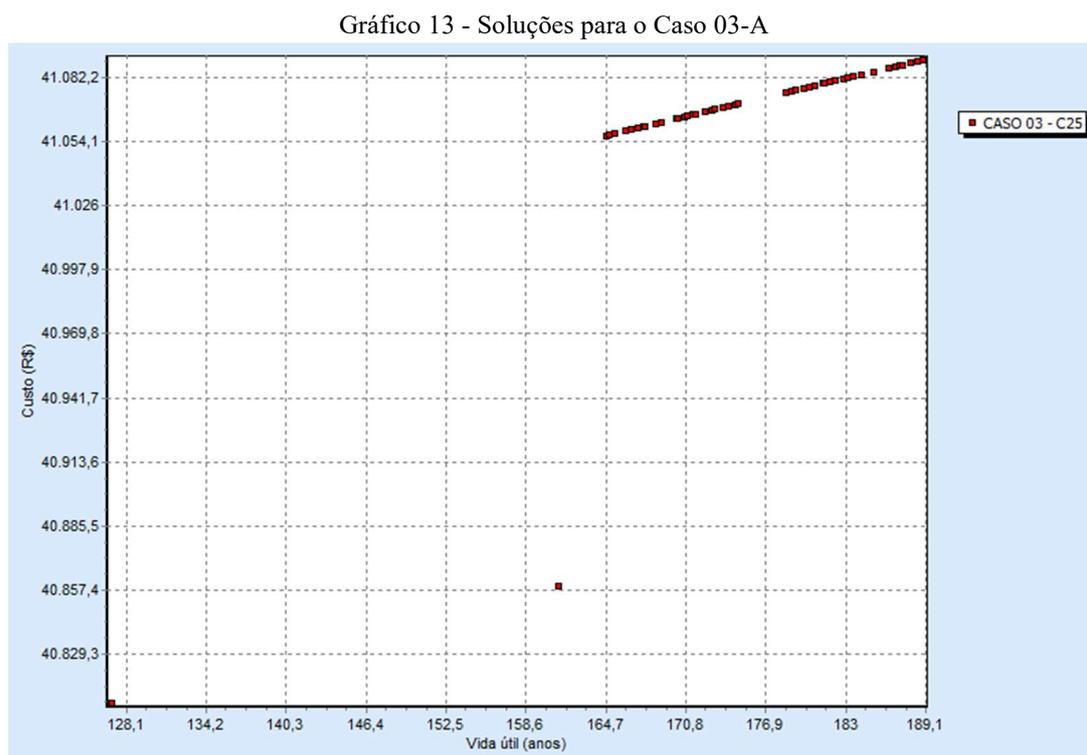
Aponta-se o fato de a solução de menor custo ter demandado maior consumo de aço, cerca de 6,70% a mais que a laje menos econômica. A explicação se encontra, principalmente, na diferença entre as larguras colaborantes totais. Quanto menor o valor de b_f , mais vezes a seção terá de ser repetida ao longo de ℓ_y .

4.3 CASO DE ESTUDO 03: VÃO DE 7,0 M

Para a terceira situação-problema, o vão (ℓ) a ser vencido pela laje nervurada era igual a 7,0 m. Assim, o lado maior da laje (ℓ_y) neste caso resultou em 14,35 m. Os demais dados iniciais para a rotina de otimização foram descritos no item 4 deste trabalho. O tempo médio de execução do algoritmo no Caso 03 foi de 4,22 segundos.

4.3.1 Caso 03-A: Concreto C25

A otimização, nesta configuração, apresentou variação linear entre as funções objetivo, com grandes descontinuidades nas soluções encontradas, como pode ser constatado no Gráfico 13. As descontinuidades resultam do aumento no c_{nom} e na h das seções otimizadas.



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 03-A teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 40.808,02 e vida útil igual a 127,00 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 41.089,77 e vida útil de 188,90 anos.

Constatou-se que, para o vão de 7,0 m e o concreto C25, o aumento de 0,69% no custo total da laje resultou em um aumento de 48,5% na vida útil.

Na Tabela 35 está contido o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 03-A.

Tabela 35 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-A

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C25	
Comprimento da laje (ℓ)	700 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	25 cm	25 cm
Espessura da nervura (b_w)	27 cm	27 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	83 cm	83 cm
Altura total da laje (h)	53 cm	54 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,3394 cm	4,4999 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	28 cm	29 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,7 cm	1,71 cm
Área de aço (A_s)	5,25 cm ²	5,3 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,78 cm ² /m	4,82 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,27 cm	0,27 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,77 cm	2,78 cm
Custo por nervura	R\$ 3.128,14	R\$ 3.149,74
Custo por laje	R\$ 40.808,02	R\$ 41.089,77
Vida útil	127,00 anos	188,90 anos

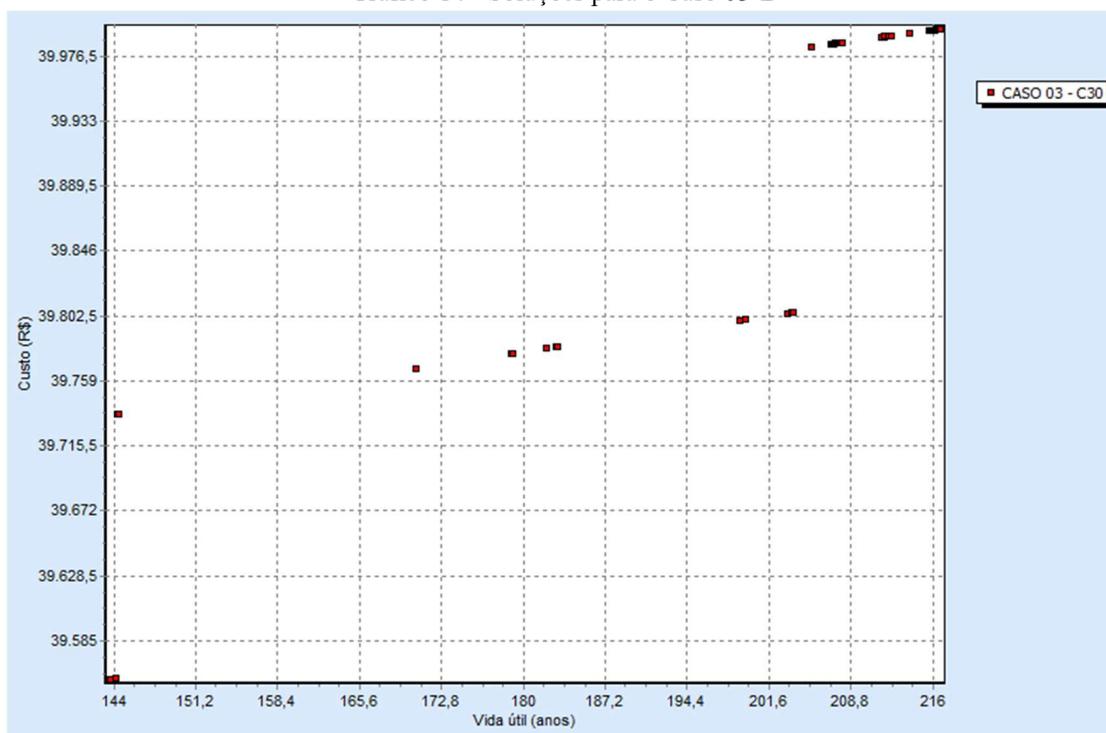
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Neste cenário, a diferença se resume à altura das soluções, variando em apenas 1 cm, e no cobrimento da armadura, que variou 34,75% entre as lajes otimizadas.

4.3.2 Caso 03-B: Concreto C30

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com pouca continuidade nas soluções encontradas e aumento abrupto no custo em alguns pontos do espaço de busca, de acordo com o Gráfico 14. Essas interrupções nas soluções factíveis são decorrência de pequenas modificações no c_{nom} entre as soluções factíveis encontradas pelo algoritmo.

Gráfico 14 - Soluções para o Caso 03-B



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 03-B teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 39.559,05 e vida útil igual a 143,69 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 39.994,56 e vida útil de 216,67 anos.

Avaliou-se que, para o vão de 7,0 m e o concreto C30, o aumento de 1,10% no custo total da laje resultou em um aumento de 50,79% na vida útil.

A Tabela 36 mostra o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 03-B.

Tabela 36 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-B

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C30	
Comprimento da laje (ℓ)	700 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	23 cm	23 cm
Espessura da nervura (b_w)	22 cm	22 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	88 cm	88 cm
Altura total da laje (h)	52 cm	54 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,3632 cm	4,5 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	29 cm	31 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,35 cm	1,34 cm
Área de aço (A_s)	5,00 cm ²	4,96 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,55 cm ² /m	4,51 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,30 cm	0,29 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,79 cm	2,77 cm
Custo por nervura	R\$ 3.032,40	R\$ 3.065,78
Custo por laje	R\$ 39.559,05	R\$ 39.994,56
Vida útil	143,69 anos	216,67 anos

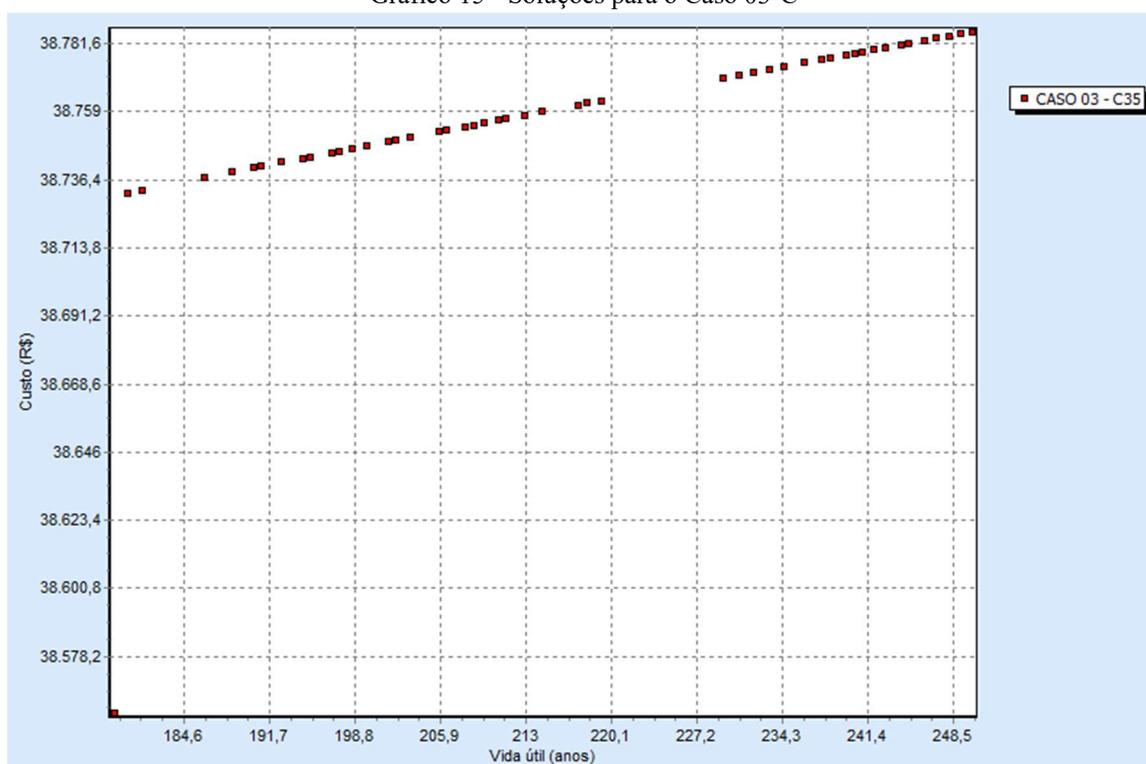
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Além da diferença entre c_{nom} , percebe-se que a laje menos econômica tem altura total 2 cm maior do que a mais econômica.

4.3.3 Caso 03-C: Concreto C35

Para esta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com algumas descontinuidades nas soluções encontradas (Gráfico 15). O grande aumento no custo entre a solução inicial e as demais foi causado pelo acréscimo de 1 cm na altura das lajes.

Gráfico 15 - Soluções para o Caso 03-C



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 03-C teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 38.559,39 e vida útil igual a 178,78 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 38.785,47 e vida útil de 250,06 anos.

Observou-se que, para o vão de 7,0 m e o concreto C35, o aumento de 0,59% no custo total da laje resultou em um aumento de 38,87% na vida útil.

A Tabela 37 exhibe o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 03-C.

Tabela 37 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-C

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C35	
Comprimento da laje (ℓ)	700 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	20 cm	20 cm
Espessura da nervura (b_w)	18 cm	18 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	92 cm	92 cm
Altura total da laje (h)	55 cm	56 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,5937 cm	4,4999 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	35 cm	36 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,02 cm	1,02 cm
Área de aço (A_s)	4,4 cm ²	4,41 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,0 cm ² /m	4,01 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,33 cm	0,33 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,8 cm	2,80 cm
Custo por nervura	R\$ 2.955,77	R\$ 2.973,10
Custo por laje	R\$ 38.559,39	R\$ 38.785,47
Vida útil	178,78 anos	250,06 anos

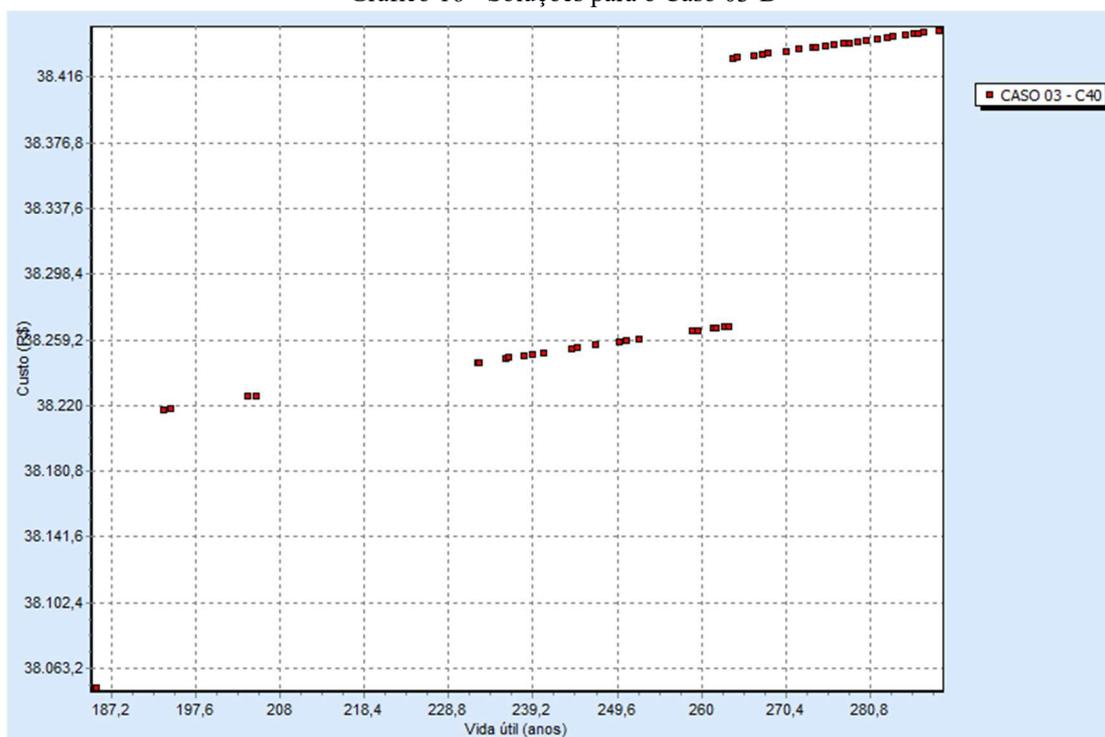
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Para esta situação, verifica-se mudança de apenas 1 cm na altura das lajes analisadas, bem como de 25,22% nos cobrimentos.

4.3.4 Caso 03-D: Concreto C40

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com descontinuidades acentuadas nas soluções encontradas, conforme o Gráfico 16 mostra. Incrementos na altura dos resultados obtidos pela otimização são o motivo dos aumentos repentinos nos custos relativos.

Gráfico 16 - Soluções para o Caso 03-D



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 03-D teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 38.051,49 e vida útil igual a 185,24 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 38.443,72 e vida útil de 289,36 anos.

Constatou-se que, para o vão de 7,0 m e o concreto C40, o aumento de 1,03% no custo total da laje resultou em um aumento de 56,20% na vida útil.

A Tabela 38 mostra o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 03-D.

Tabela 38 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-D

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C40	
Comprimento da laje (ℓ)	700 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	20 cm	20 cm
Espessura da nervura (b_w)	16 cm	16 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	94 cm	94 cm
Altura total da laje (h)	52 cm	54 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,3748 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	32 cm	34 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	0,92 cm	0,91 cm
Área de aço (A_s)	4,52 cm ²	4,48 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,11 cm ² /m	4,07 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,34 cm	0,34 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,80 cm	2,77 cm
Custo por nervura	R\$ 2.916,84	R\$ 2.946,91
Custo por laje	R\$ 38.051,49	R\$ 38.443,72
Vida útil	185,24 anos	289,36 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

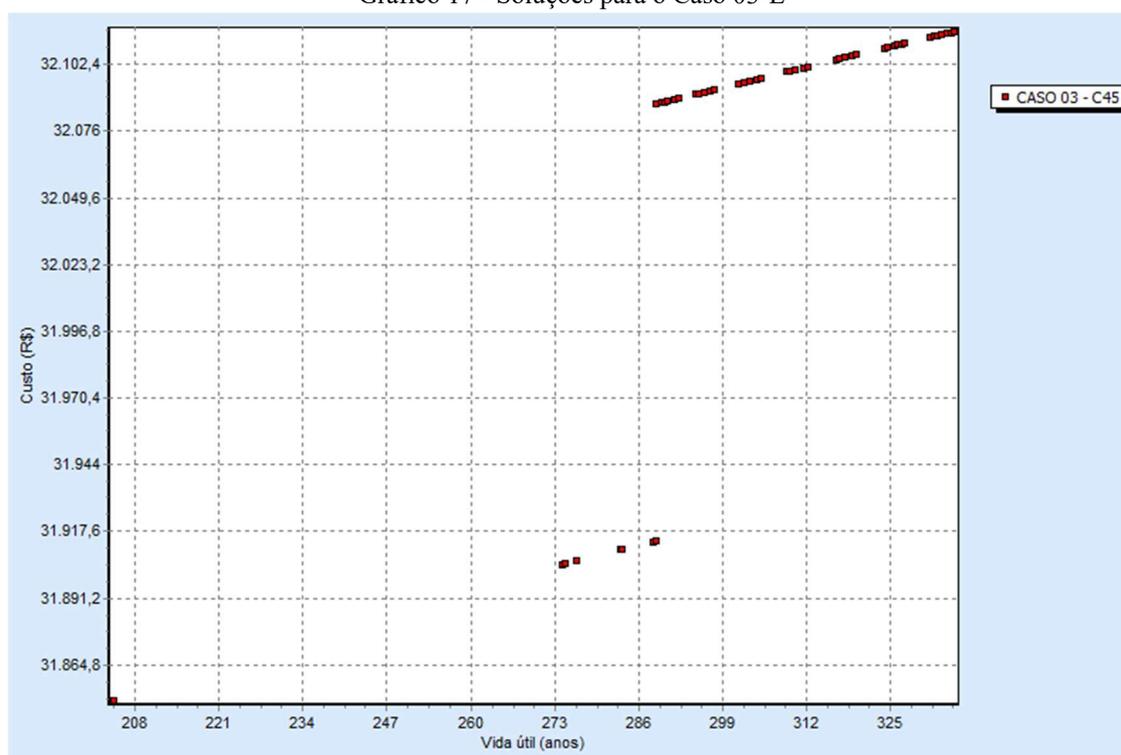
As principais diferenças entre as soluções acima apresentadas se encontram no cobrimento e na altura total.

A solução mais econômica, para este caso, demandou cerca de 1% mais aço em sua região tracionada. Este fato pode ser explicado pela menor altura da seção que, conseqüentemente, resulta em maior necessidade de aço para resistir aos esforços de tração.

4.3.5 Caso 03-E: Concreto C45

Nesta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com acentuadas descontinuidades nas soluções encontradas dentro dos limites de busca (Gráfico 17).

Gráfico 17 - Soluções para o Caso 03-E



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 03-E teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 31.850,72 e vida útil igual a 204,72 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 32.115,35 e vida útil de 334,82 anos.

Observou-se que, para o vão de 7,0 m e o concreto C45, o aumento de 0,83% no custo total da laje resultou em um aumento de 63,55% na vida útil.

A Tabela 39 permite a comparação entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 03-E.

Tabela 39 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-E

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C45	
Comprimento da laje (ℓ)	700 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	5 cm	5 cm
Espessura da nervura (b_w)	7 cm	7 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	74 cm	74 cm
Altura total da laje (h)	45 cm	46 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,3123 cm	4,5 cm
Largura colaborante total (b_f)	81 cm	81 cm
Altura da nervura (h_e)	40 cm	41 cm
Intereixo (i)	81 cm	81 cm
Linha neutra (LN)	0,5693 cm	0,5742 cm
Área de aço (A_s)	2,32 cm ²	2,34 cm ²
Área de aço (A_s/m)	2,86 cm ² /m	2,89 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	1,11 cm	1,11 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,78 cm	2,79 cm
Custo por nervura	R\$ 1.797,85	R\$ 1.812,78
Custo por laje	R\$ 31.850,72	R\$ 32.115,35
Vida útil	204,72 anos	334,82 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Observa-se diferença nas alturas totais e nas espessuras adotadas entre as seções otimizadas.

4.3.6 Caso 03-F: Concreto C50

Para esta configuração, a otimização obteve uma variação linear entre as funções objetivo, quase sem descontinuidades nas soluções encontradas, o que pode ser verificado no Gráfico 18.

Gráfico 18 - Soluções para o Caso 03-F

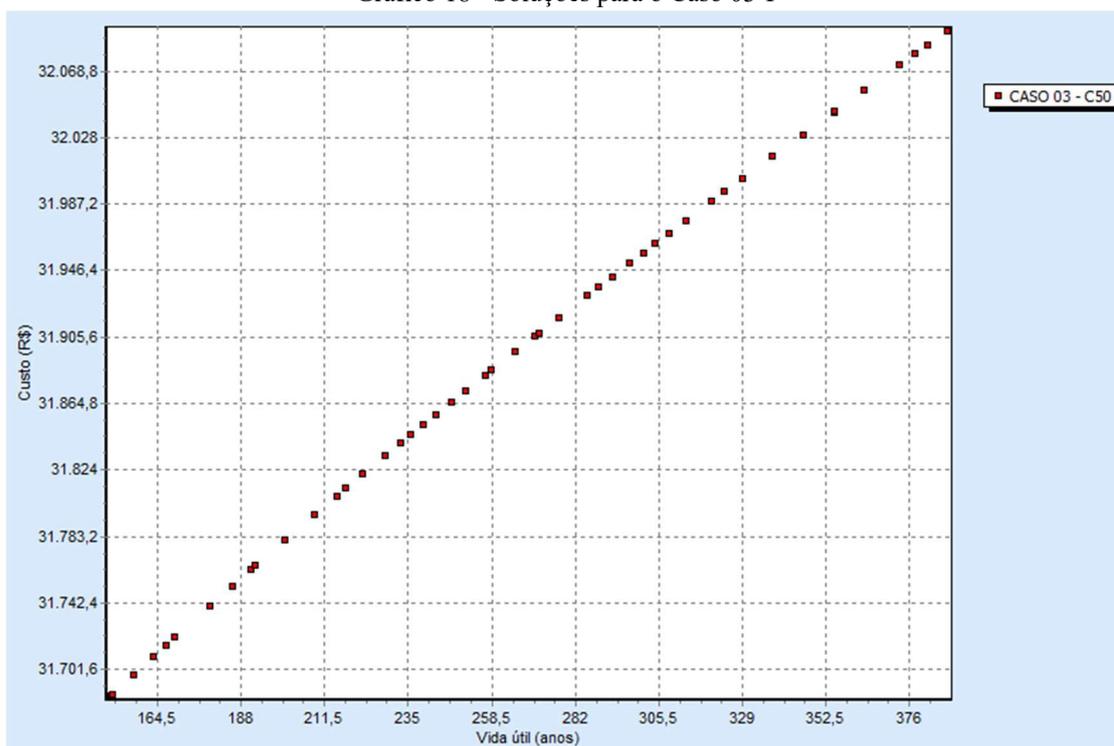


Tabela 40 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 03-F

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C50	
Comprimento da laje (ℓ)	700 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	4 cm	4 cm
Espessura da nervura (b_w)	8 cm	8 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	60 cm	60 cm
Altura total da laje (h)	30 cm	30 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,5253 cm	4,5 cm
Largura colaborante total (b_f)	68 cm	68 cm
Altura da nervura (h_e)	26 cm	26 cm
Intereixo (i)	68 cm	68 cm
Linha neutra (LN)	0,7295 cm	0,7867 cm
Área de aço (A_s)	2,78 cm ²	3,01 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,09 cm ² /m	4,42 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	1,17 cm	1,22 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	2,70 cm	2,74 cm
Custo por nervura	R\$ 1.501,47	R\$ 1.520,80
Custo por laje	R\$ 31.685,34	R\$ 32.093,39
Vida útil	151,33 anos	386,71 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Além da diferença de 1,97 cm entre os cobrimentos nominais, contata-se um consumo de aço em torno de 8% maior na laje menos econômico.

4.4 CASO DE ESTUDO 04: VÃO DE 8,0 M

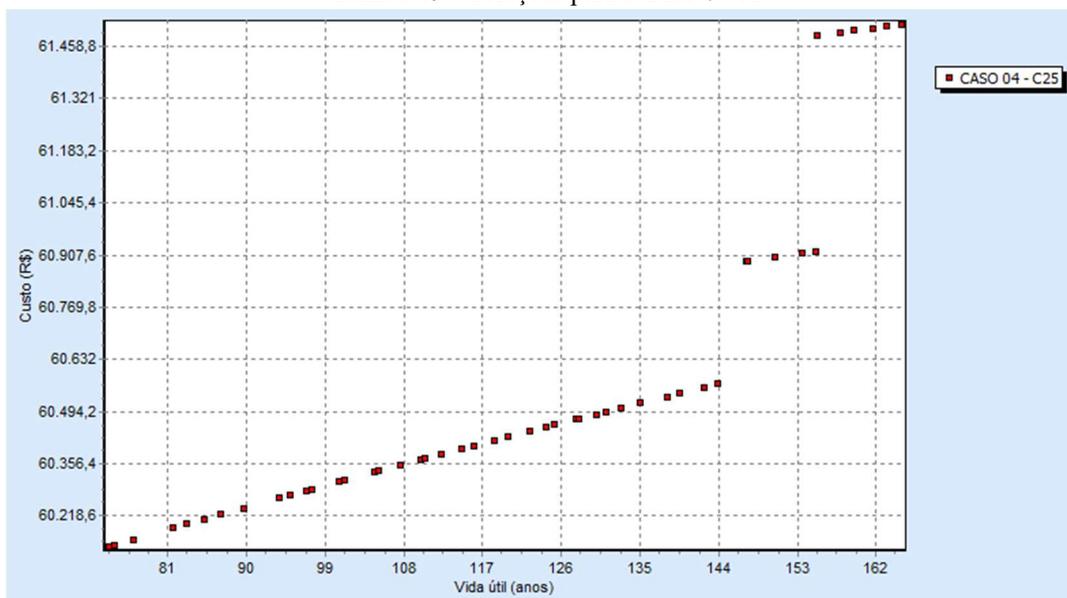
Neste quarto e último cenário, o vão (ℓ) foi estabelecido em 8,0 m. O lado maior da laje (ℓ_y) neste caso resultou em 16,40 m. Os demais dados iniciais para a rotina de otimização foram descritos no item 4. O tempo médio de execução do algoritmo NSGA-II no Caso 04 foi de 4,23 segundos.

4.4.1 Caso 04-A: Concreto C25

Nesta situação, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com algumas descontinuidades nas soluções obtidas, além de alterações repentinas nos custos (Gráfico 19).

As razões para o aparecimento de tais alterações foram aumentos na altura total das lajes otimizadas na ordem de 9 cm e, após, de mais 4 cm, associados a acréscimos na espessura de cobrimento.

Gráfico 19 - Soluções para o Caso 04-A



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 04-A teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 60.137,42 e vida útil igual a 74,28 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 61.516,24 e vida útil de 164,91 anos.

Percebeu-se que, para o vão de 8,0 m e o concreto C25, o aumento de 2,29% no custo total da laje resultou em um aumento de 122,01% na vida útil.

A Tabela 41 mostra o comparativo entre as características da seção de menor custo e da seção maior custo para o Caso 04-A.

Tabela 41 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-A

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C25	
Comprimento da laje (ℓ)	800 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	38 cm	34 cm
Espessura da nervura (b_w)	38 cm	36 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	72 cm	74 cm
Altura total da laje (h)	43 cm	56 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,8261 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	5 cm	22 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	3,19 cm	2,56 cm
Área de aço (A_s)	10,05 cm ²	7,97 cm ²
Área de aço (A_s/m)	9,13 cm ² /m	7,24 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,25 cm	0,26 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	3,05 cm	3,2 cm
Custo por nervura	R\$ 4.033,61	R\$ 4.126,09
Custo por laje	R\$ 60.137,42	R\$ 61.516,24
Vida útil	74,28 anos	164,91 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

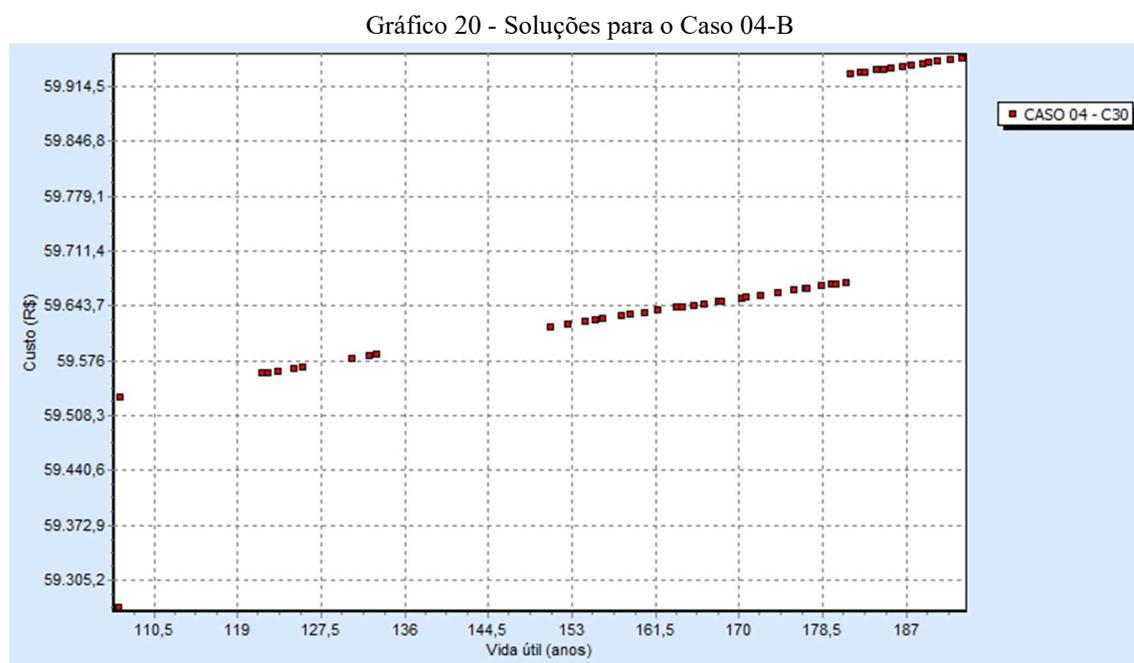
Neste comparativo houve maiores mudanças na geometria das seções comparadas. A laje de menor custo apresentou altura total 13 cm inferior à da laje de maior custo, embora ambas tenham valores consideráveis na espessura da mesa, comparadas aos demais casos até aqui verificados. O c_{nom} entre as alternativas praticamente assumiu os valores extremos do intervalo considerado.

O consumo de aço para a solução mais econômica foi 20,73% maior do que na menos econômica, deixando explícita a influência da altura da seção na capacidade de o conjunto suportar a flexão, gerando menores esforços de tração na região abaixo da linha neutra e, conseqüentemente, exigindo menor participação da armadura.

4.4.2 Caso 04-B: Concreto C30

Para esta configuração, a otimização apresentou variação linear entre as funções objetivo, com algumas descontinuidades nas soluções encontradas e mudanças bruscas nos custos

do intervalo considerado, conforme o Gráfico 20. Aumentos na altura total geraram tais acréscimos nos custos, embora os valores de VU não tenham crescido proporcionalmente.



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 04-B teve como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 59.271,89 e vida útil igual a 106,86 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 59.949,35 e vida útil de 192,67 anos.

Avaliou-se que, para o vão de 8,0 m e o concreto C30, o aumento de 1,14% no custo total da laje resultou em um aumento de 80,30% na vida útil.

Na Tabela 42 está disposto o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 04-B.

Tabela 42 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-B

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C30	
Comprimento da laje (ℓ)	800 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	29 cm	29 cm
Espessura da nervura (b_w)	28 cm	28 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	82 cm	82 cm
Altura total da laje (h)	60 cm	62 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,9979 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	31 cm	33 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,78 cm	1,78 cm
Área de aço (A_s)	6,61 cm ²	6,62 cm ²
Área de aço (A_s/m)	6,01 cm ² /m	6,01 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,28 cm	0,27 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	3,18 cm	3,17 cm
Custo por nervura	R\$ 3.975,55	R\$ 4.020,99
Custo por laje	R\$ 59.271,89	R\$ 59.949,35
Vida útil	106,86 anos	192,67 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Neste comparativo, as seções pouco variaram com exceção do cobrimento nominal, que diferiu em 50% entre as lajes otimizadas, e da altura total, onde a diferença ficou em 2 cm.

4.4.3 Caso 04-C: Concreto C35

Nesta configuração, a otimização apresentou variação inconstante entre as funções objetivo, com diversas discontinuidades nas soluções encontradas para o espaço de busca considerado (Gráfico 21). Mais uma vez, devido às mudanças no c_{nom} e na h das seções obtidas, surgiram tais aumentos repentinos nos custos.

Tabela 43 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-C

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C35	
Comprimento da laje (ℓ)	800 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	22 cm	22 cm
Espessura da nervura (b_w)	20 cm	20 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	90 cm	89 cm
Altura total da laje (h)	70 cm	70 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,8338 cm	4,4995 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	109 cm
Altura da nervura (h_e)	48 cm	48 cm
Intereixo (i)	110 cm	109 cm
Linha neutra (LN)	1,16 cm	1,18 cm
Área de aço (A_s)	5,01 cm ²	5,02 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,55 cm ² /m	4,61 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,32 cm	0,32 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	3,14 cm	3,17 cm
Custo por nervura	R\$ 3.803,38	R\$ 3.786,51
Custo por laje	R\$ 56.705,00	R\$ 56.971,29
Vida útil	196,63 anos	250,01 anos

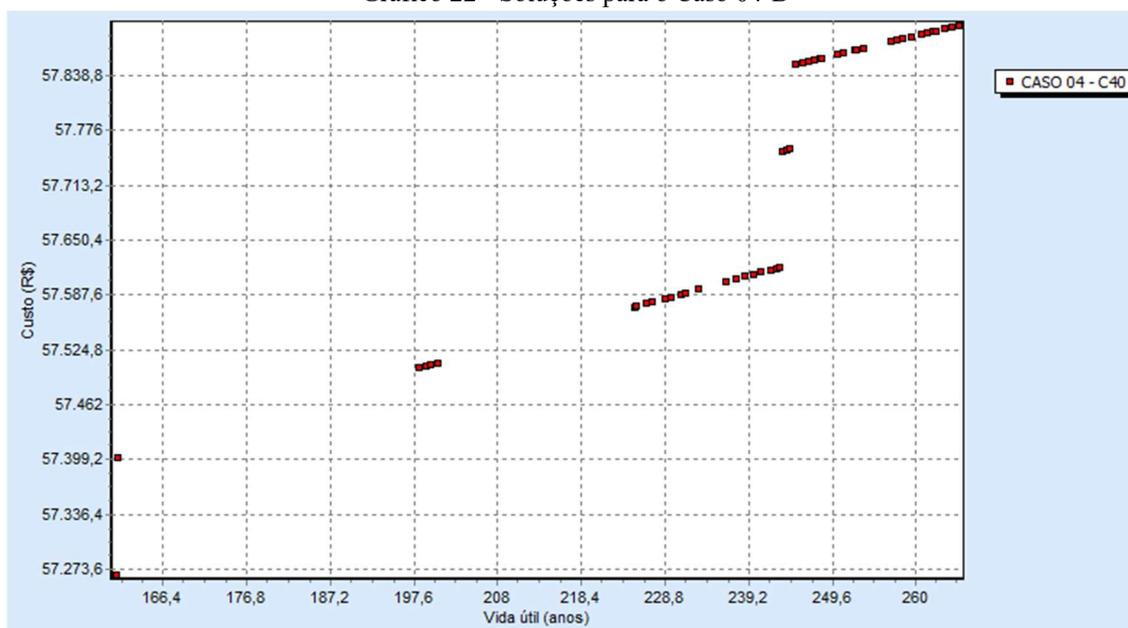
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

As seções deste comparativo apresentaram poucas diferenças. O cobrimento nominal variou 17,36% entre elas e o intereixo diferiu em 1 cm de uma para a outra.

4.4.4 Caso 04-D: Concreto C40

A otimização apresentou certa linearidade entre as funções objetivo nesta situação, com algumas descontinuidades nas soluções obtidas por conta de pequenos acréscimos no cobrimento e na altura total. O Gráfico 22 exibe como se dispuseram as seções otimizadas dentro do espaço de busca.

Gráfico 22 - Soluções para o Caso 04-D



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

No Caso 04-D, a solução mais econômica encontrada na otimização resultou em uma laje nervurada com custo total de R\$ 57.267,12 e vida útil igual a 160,57 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 57.895,92 e vida útil de 265,35 anos.

Verificou-se que, para o vão de 8,0 m e o concreto C40, o aumento de 1,10% no custo total da laje causou um aumento de 65,25% na vida útil.

Na Tabela 44 é mostrada a comparação entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 04-D.

Tabela 44 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-D

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C40	
Comprimento da laje (ℓ)	800 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	31 cm	31 cm
Espessura da nervura (b_w)	23 cm	23 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	87 cm	87 cm
Altura total da laje (h)	42 cm	45 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,4972 cm	4,4999 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	11 cm	14 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	1,83 cm	1,77 cm
Área de aço (A_s)	9,15 cm ²	8,8 cm ²
Área de aço (A_s/m)	8,32 cm ² /m	8,00 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,30 cm	0,30 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	3,19 cm	3,14 cm
Custo por nervura	R\$ 3.841,09	R\$ 3.883,26
Custo por laje	R\$ 57.267,12	R\$ 57.895,92
Vida útil	160,57 anos	265,35 anos

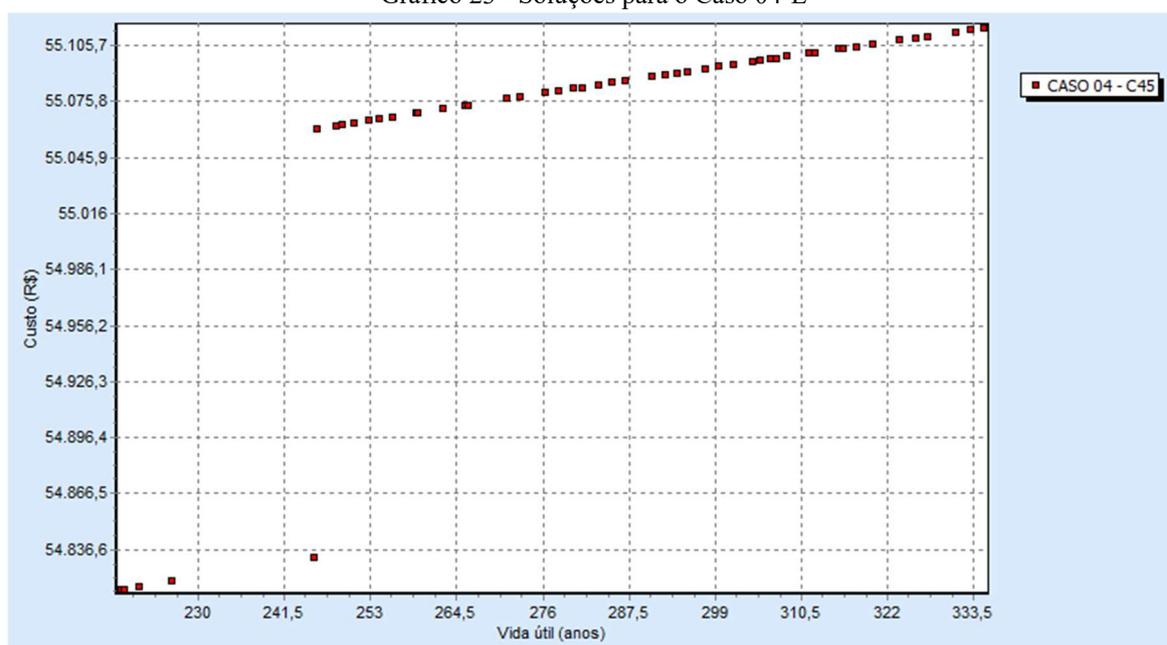
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Além do aumento de 1 cm na espessura do cobrimento, a laje de maior custo para esta situação apresentou altura total 3 cm maior do que a alternativa de menor custo.

4.4.5 Caso 04-E: Concreto C45

Nesta configuração, o processo de otimização apresentou variação geral linear entre as funções objetivo, com algumas descontinuidades nas soluções ótimas obtidas, como pode ser observado no Gráfico 23.

Gráfico 23 - Soluções para o Caso 04-E



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

Na otimização do Caso 04-E, obteve-se como solução mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 54.815,27 e vida útil igual a 219,76 anos; a solução menos econômica gerou uma laje com custo total de R\$ 55.115,19 e vida útil de 334,80 anos.

Constatou-se que, para o vão de 8,0 m e o concreto C45, o aumento de 0,55% no custo total da laje resultou em um aumento de 52,35% na vida útil.

Verifica-se, na Tabela 45, o comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 04-E.

Tabela 45 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-E

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C45	
Comprimento da laje (ℓ)	800 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	20 cm	20 cm
Espessura da nervura (b_w)	16 cm	16 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	94 cm	94 cm
Altura total da laje (h)	67 cm	68 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	3,4649 cm	4,4998 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	47 cm	48 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	0,86 cm	0,87 cm
Área de aço (A_s)	4,77 cm ²	4,79 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,34 cm ² /m	4,36 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,36 cm	0,36 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	3,19 cm	3,19 cm
Custo por nervura	R\$ 3.676,63	R\$ 3.696,75
Custo por laje	R\$ 54.815,27	R\$ 55.115,19
Vida útil	219,76 anos	334,80 anos

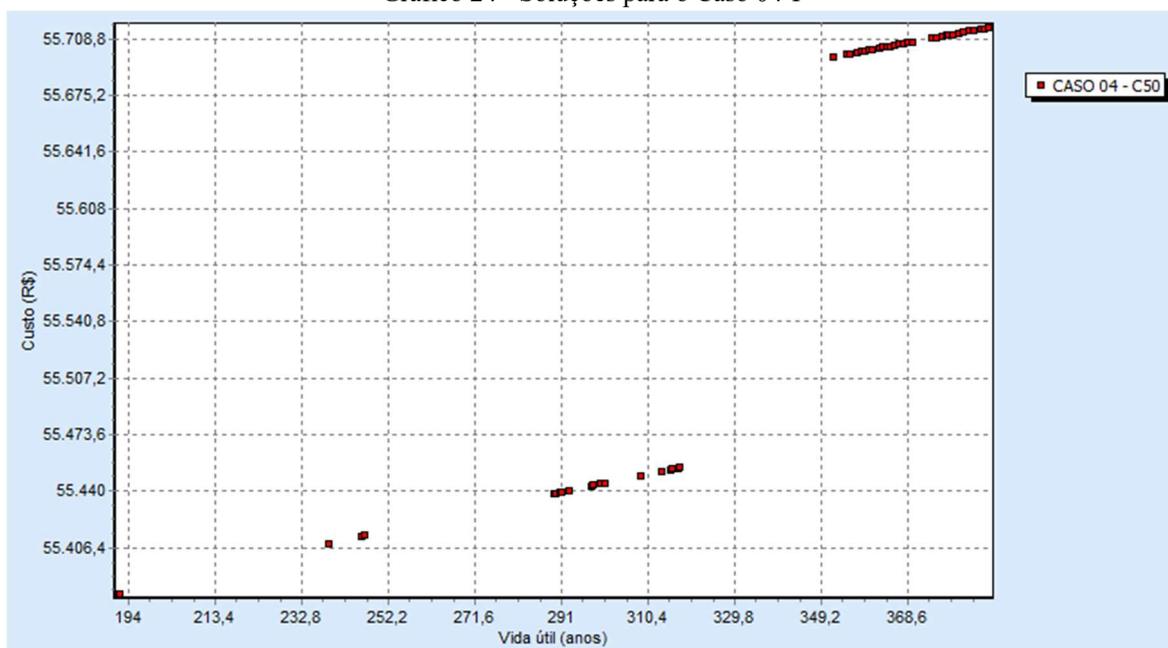
Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

A comparação neste cenário mostra discreta diferença entre as seções analisadas, que apresentam desigualdade de 1 cm na altura total e de aproximadamente 1 cm na espessura de cobrimento da armadura.

4.4.6 Caso 04-F: Concreto C50

A otimização nesta situação apresentou variação linear entre as funções objetivo, com diversas descontinuidades nas soluções encontradas, causadas por mudanças na espessura de cobrimento. O Gráfico 24 permite a visualização das seções otimizadas encontradas pelo algoritmo genético.

Gráfico 24 - Soluções para o Caso 04-F



Fonte: Exeter Advanced Analytics, 2011.

O Caso 04-F teve como solução ótima mais econômica uma laje nervurada com custo total de R\$ 55.379,07 e vida útil igual a 191,98 anos; a solução menos econômica, neste cenário, gerou uma laje com custo total de R\$ 55.715,44 e vida útil de 386,71 anos.

Observou-se que, com o vão especificado em 8,0 m e utilizando o concreto C50, o aumento de 0,61% no custo total da laje nervurada resultou em um aumento de 101,43% na vida útil da estrutura.

A Tabela 46 exhibe o resumo comparativo entre as características da seção mais econômica e da seção menos econômica para o Caso 04-F.

Tabela 46 - Comparativo entre a solução mais econômica e a menos econômica para o Caso 04-F

Característica	Mais econômica	Menos econômica
Tipo de concreto	C50	
Comprimento da laje (ℓ)	800 cm	
Tipo de seção	Retangular	Retangular
Espessura da mesa (h_f)	20 cm	20 cm
Espessura da nervura (b_w)	15 cm	15 cm
Distância entre faces de nervuras (ℓ_0)	95 cm	95 cm
Altura total da laje (h)	66 cm	67 cm
Cobrimento nominal (c_{nom})	2,9375 cm	4,5000 cm
Largura colaborante total (b_f)	110 cm	110 cm
Altura da nervura (h_e)	46 cm	47 cm
Intereixo (i)	110 cm	110 cm
Linha neutra (LN)	0,77 cm	0,78 cm
Área de aço (A_s)	4,74 cm ²	4,8 cm ²
Área de aço (A_s/m)	4,31 cm ² /m	4,36 cm ² /m
Flecha imediata (a_i)	0,36 cm	0,36 cm
Flecha diferida no tempo (a_t)	3,14 cm	3,17 cm
Custo por nervura	R\$ 3.714,45	R\$ 3.737,01
Custo por laje	R\$ 55.379,07	R\$ 55.715,44
Vida útil	191,98 anos	386,71 anos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2021.

Constata-se, uma vez mais, pequena variação nas dimensões entre as seções comparadas. Diferem entre si apenas no que diz respeito ao cobrimento nominal, na ordem de 1,56 cm, e à altura total, em somente 1 cm.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho discorreu sobre a importância da otimização no processo de dimensionamento de estruturas de concreto armado. Da mesma forma, abordaram-se os aspectos relacionados à durabilidade dos componentes estruturais frente à agressividade ambiental, no intuito de estudar a relação entre a racionalização dos materiais que constituem tais componentes e o desempenho do conjunto perante as exigências de vida útil de projeto.

A metodologia proposta consistiu em realizar a otimização multiobjetivo de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado, visando-se a diminuição dos custos inerentes aos principais materiais constituintes, enquanto, concomitantemente, tencionava-se potencializar a vida útil da estrutura. Tal feito foi realizado mediante a aplicação do suplemento *SolveXL*, utilizando-se o algoritmo genético NSGA-II.

Observou-se que, em cada uma das quatro situações-problema propostas neste trabalho, pequenos acréscimos no custo total das lajes otimizadas, resultaram em consideráveis aumentos percentuais na vida útil dos componentes estruturais.

O cobrimento nominal exerce um papel preponderante na proteção das armaduras contra a ação de agentes agressivos presentes no meio. Esse fato se traduziu nos resultados obtidos nas rotinas de otimização deste trabalho. Verificou-se que a espessura de cobrimento é um fator de elevada sensibilidade para a determinação da vida útil das estruturas de concreto.

Independentemente da classe de resistência do concreto adotado em cada caso particular, avaliou-se que, em todos os cenários, ao atender às restrições impostas às dimensões e ao comportamento estrutural, seguindo-se as instruções normativas da NBR 6118:2014, todas as estruturas dimensionadas superaram facilmente a vida útil mínima de 50 anos.

Por fim, constatou-se que, para o método adotado no dimensionamento das lajes nervuradas e na previsão probabilística da vida útil, as únicas variáveis de projeto em comum foram o cobrimento nominal e o diâmetro das barras de aço das armaduras. Portanto, foi na manipulação dessas duas variáveis que os resultados diferiram na maior parte dos casos, pouco variando as demais características das seções transversais.

REFERÊNCIAS

ACCREDITATION BOARD FOR ENGINEERING AND TECHNOLOGY. *ABET 1985 annual report*. New York, 1986.

AECWEB. Disponível em: <https://www.aecweb.com.br/cls/anuncios/pes_11730/formas_lajes_nervuradas_7_552x410.jpg>. Acesso em: 14 set. 2021.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *ACI 318-95: Building code requirements for structural concrete*. Farmington Hills, Michigan, 1995.

_____. *ACI 365.1R-00: Service-life prediction – State-of-the-art report*. Farmington Hills, Michigan, 2000.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS. *ASTM E 632-82: Standard practice for developing accelerated tests to aid prediction of the service life of building components and materials*. Philadelphia, ASTM International, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

_____. *NBR 6120:2019– Ações para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, 1980. (versão corrigida de 2019).

_____. *NBR 6123:1988 – Forças devidas ao vento em edificações – Procedimento*. Rio de Janeiro, 1988. (versão corrigida 2 de 2013).

_____. *NBR 8681:2003 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003. (versão corrigida: 2004).

_____. *NBR 8953:2015 – Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência*. Rio de Janeiro, 2015.

_____. *NBR 9062:2006 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*. Rio de Janeiro, 2006.

_____. *NBR 14931:2004 – Execução de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2004.

_____. *NBR 15200:2012 – Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio*. Rio de Janeiro, 2012.

_____. *NBR 15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2006.

ATEX. *Figura 9*. Disponível em: <https://www.atex.com.br/upload/Tipo-Laje/a2_636390090737391556.jpg>. Acesso em 14 set. 2021.

_____. *Figura 10*. Disponível em: <<https://www.atex.com.br/blog/wp-content/uploads/2017/03/laje-nervurada-em-obra-1024x768.jpg>>. Acesso em 08 nov. 2021.

BARONI, Henriette Justina Manfredini. *Avaliação do comportamento dos deslocamentos transversais ao longo do tempo em vigas de concreto armado não convencional*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BEZERRA, Eric Mateus Fernandes. *Otimização multiobjetivo de lajes nervuras em concreto armado*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

BOCCHI JÚNIOR, Carlos Fernando. *Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

BOCCHI JÚNIOR, Carlos Fernando; GIONGO, José Samuel. *Concreto armado: projeto e construção de lajes nervuradas*. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

BORDIGNON, Rodrigo. *Otimização de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexocompressão reta*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2010.

BOSCARDIN, Juliana Triches. *Otimização de pórticos planos em concreto armado considerando restrições de cardinalidade*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2017.

BRASIL, Reyolando M. L. R. F.; SILVA, Marcelo Araujo da. *Otimização de projetos de engenharia*. São Paulo: Blucher, 2019.

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. *SINAPI – Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil*. Disponível em: <<https://www.caixa.gov.br/poder-publico/modernizacao-gestao/sinapi/referencias-precos-insumos/Paginas/default.aspx>>. Acesso em: 14 nov. 2021.

CALLE, Paul. NSGA-II explained!. *Analytics Lab*, 2017. Disponível em: <<http://oklahomaa-analytics.com/data-science-techniques/nsga-ii-explained/>>. Acesso em: 19 nov. 2021.

CÂMARA BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DA CONSTRUÇÃO. *A importância da construção civil: informativo econômico*. Banco de dados. Disponível em: <<https://cbic.org.br/a-importancia-da-construcao-civil-para-a-economia-nacional/>>. Acesso em: 28 ago. 2021.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014*. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2020.

CLIFTON, J. R.; KNAB, L. I. *Service life of concrete*. United States Department of Commerce Report NISTIR 89-4086, jun. 1989.

DEB, Kalyanmoy. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms: an introduction*. In: WANG, Lihui; NG, Amos H. C.; DEB, Kalyanmoy (Orgs.). *Multi-objective optimisation for product design and manufacturing*. Berlim: Springer, 2011. p. 3-34.

DIAS, Ricardo Henrique. *Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DROPPA JÚNIOR, Alonso. *Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

EXETER ADVANCED ANALYTICS LLP. *SolveXL*. Versão 1.0.5.2. Exeter, 2011.

FABEANE, Ricardo. *Pontes mistas aço-concreto: estudo de diretrizes para dimensionamento otimizado*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2015.

FRANCA, Argemiro Brito Monteiro da; FUSCO, Péricles Brasiliense. *As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios*. São Paulo: AFALA & ABRAPEX, 1997.

GIONGO, José Samuel. *Concreto armado: projeto estrutural de edifícios*. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007. Notas didáticas.

HELENE, Paulo Roberto do Lago. *A nova NB 1/2003 (NBR 6118) e a vida útil das estruturas de concreto*. São Paulo, 2003. Notas didáticas.

_____. *Contribuição ao estudo da corrosão em armaduras de concreto armado*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). *Performance standards in buildings – Principles for their preparation and factors to be considered. ISO 6241*. 1984.

ISAIA, Geraldo Cechella (Ed.). *Concreto: ciência e tecnologia*. São Paulo: IBRACON, 2011. v. 1-2.

ISAIA, Geraldo Cechella (Ed.). *Materiais de construção civil e princípios de ciência e engenharia dos materiais*. 2. ed. São Paulo: IBRACON, 2010. v. 1-2.

KRIPKA, Moacir. *Análise estrutural para engenharia civil e arquitetura: estruturas isostáticas*. 2. ed. São Paulo: Pini, 2011. 167 slides.

_____. *Otimização aplicada à engenharia*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2011.

LINDEN, Ricardo. *Algoritmos genéticos: uma importante ferramenta da inteligência computacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: Brasport, 2008.

MAISON LAMBOT. Disponível em: <<https://www.maisonlambot.com/en/joseph-louis-lambot/>>. Acesso em: 16 de nov. 2021.

MARAN, A. P. et al. Análise da espessura do cobrimento de armadura em lajes com diferentes distanciamentos entre espaçadores e pontos de amarração. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, São Paulo, v. 8, n. 5, p. 634-643, 13 out. 2015.

MARCOLIN, Carlos Alberto Mignoni. *Otimização de lajes nervuradas de concreto armado*. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2013.

MARCOLIN, Carlos Alberto Mignoni; KRIPKA, Moacir. Otimização de lajes nervuradas de concreto armado. In: XXV CONGRESSO REGIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA EM ENGENHARIA, 2013, Passo Fundo. *Paper*.

MARTHA, Luiz Fernando. *Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

MEDEIROS, Guilherme Fleith de. *Método da busca harmônica aplicado na otimização de seções de pilares retangulares em concreto armado considerando custos econômicos e ambientais*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2012.

MEHTA, Povindar Kumar; MONTEIRO, Paulo José Melaragno. *Concrete: microstructure, properties and materials*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2006.

MEZZOMO, Tamires L. *Subsídios para a maximização da vida útil em pilares de concreto armado*. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2020.

MEZZOMO, Tamires L.; KRIPKA, Moacir. Parametric study to maximize the useful life of reinforced concrete columns. *International Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, v. 5, p. 226-233, 09 maio 2021.

MICROSOFT. *Excel para Microsoft Office 365*. Versão 2108 (Build 14326.20238). 25 ago. 2021.

MINISTERIO DE FOMENTO. *Instrucción de hormigón estructural – EHE-08*. 5. ed. Madrid, Centro de Publicaciones Secretaria General Técnica, 2011.

NEVILLE, A. M. *Propriedades do concreto*. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2016.

NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. *Tecnologia do concreto*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

NUNES, Jessyca Priscylla de Almeida. *Otimização de lajes nervuradas de concreto armado utilizando algoritmo genético*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

PINHEIRO, Libânio Miranda. *Fundamentos do concreto e projeto de edifícios*. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007a. Notas didáticas.

_____. *Tabelas de lajes*. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007b. Notas didáticas.

POSSAN, Edna. *Contribuição ao estudo da carbonatação do concreto com adição de sílica ativa em ambiente natural e acelerado*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

_____. *Modelagem da carbonatação e previsão de vida útil de estruturas de concreto em ambiente urbano*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SACRAMENTO, P. V. P.; PICANÇO, M. S.; OLIVEIRA, D. R. C. Lajes nervuradas de concreto armado com viga-faixa. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, São Paulo, v. 11, n. 5, p. 966-996, 28 set. 2018.

SILVA, Marcelo Araújo da. *Sobre a otimização de estruturas submetidas a carregamento dinâmico*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

SILVA, Marcos Alberto Ferreira da. *Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

SOUZA, Vicente Custódio de; RIPPER, Thomaz. *Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto*. São Paulo: Pini, 1998.

SPOHR, Valdi Henrique. *Análise comparativa: sistemas estruturais convencionais e estruturas de lajes nervuradas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Área de Construção Civil e Preservação Ambiental, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

SÜSSEKIND, José Carlos. *Curso de análise estrutural*. 6. ed. Porto Alegre – Rio de Janeiro: Globo, 1981. v. 1.

TICONA, Waldo Gonzalo Cancino; DELBÉM, Alexandre Claudio Botazzo. *Algoritmos evolutivos para otimização multi-objetivo: algoritmos de estimação de distribuição e aplicações*. Instituto de Ciências Matemática e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. Notas didáticas.

TUUTTI, Kyösti. *Corrosion of steel in concrete*. Swedish Cement and Concrete Research Institute. Estocolmo, Suécia, 1982.

WIGHT, James K.; MACGREGOR, James G. *Reinforced concrete: mechanics and design*. 6. ed. rev. Upper Saddle River: Pearson, 2012.